



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PRÓ-REITORIA DE ENSINO E GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
CURSO BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

DIOGO DA SILVA VIEIRA

**COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO ANALÍTICO E
COMPUTACIONAL DE LAJES MACIÇAS EM CONCRETO ARMADO.**

MACAPÁ – AP

2026

DIOGO DA SILVA VIEIRA

**COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO ANALÍTICO E
COMPUTACIONAL DE LAJES MACIÇAS EM CONCRETO ARMADO.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade
Federal do Amapá, como requisito parcial à
obtenção do título de Bacharel em Engenharia
Civil.

Orientadora: Profa. Dra. Jennefer Lavor Bentes.

MACAPÁ – AP

2026

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central/ UNIFAP - Macapá-AP
Elaborado por Bruno Santos – CRB-2 / 1587

V658c Vieira, Diogo da Silva.

Comparação entre métodos de dimensionamento analítico e computacional de lajes maciças em concreto armado / Diogo da Silva Vieira. - Macapá, 2026.

1 recurso eletrônico.

116 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2026.

Orientadora: Profa. Dra. Jennefer Lavor Bentes.

Modo de acesso: World Wide Web.

Formato de arquivo: Portable Document Format (PDF).

1. Dimensionamento Estrutural. 2. Lajes. 3. Concreto Armado. I. Bentes, Jennefer Lavor, orientadora. II. Universidade Federal do Amapá. III. Título.

CDD 23. ed. – 624.1834

DIOGO DA SILVA VIEIRA

**COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO ANALÍTICO E
COMPUTACIONAL DE LAJES MACIÇAS EM CONCRETO ARMADO.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade
Federal do Amapá, como requisito parcial à
obtenção do título de Bacharel em Engenharia
Civil.

Macapá- AP, 07 de julho de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 JENNEFER LAVOR BENTES
Data: 14/07/2026 18:01:48-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dra. Jennefer Lavor Bentes (Orientadora)

Curso de Engenharia Civil – CCECIVIL

Universidade Federal do Amapá - UNIFAP

JAIR JOSE DOS
SANTOS
GOMES:612752392
34

Assinado de forma digital por JAIR
JOSE DOS SANTOS
GOMES:61275239234
Dados: 2026.07.10 14:32:30 -03'00'

Prof. Me. Jair José dos Santos Gomes (Membro interno)

Curso de Engenharia Civil – CCECIVIL

Universidade Federal do Amapá - UNIFAP



Prof. Me. Dennis Quaresma Pureza. (Membro Interno)

Curso de Engenharia Civil – CCECIVIL

Universidade Federal do Amapá - UNIFAP

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por estar ao meu lado em todos os momentos da minha vida, guiando meus passos e concedendo-me força, sabedoria e perseverança para superar os desafios desta caminhada.

Aos meus pais, José Nivaldo Barbosa Vieira e Janete Socorro da Silva Vieira, expresso minha profunda gratidão por toda a educação, amor, apoio e pelas oportunidades que me proporcionaram ao longo da vida. Sem seus esforços e incentivos, esta conquista não seria possível.

Aos meus irmãos, Danilo Vieira e Davi Vieira, agradeço pelo companheirismo, pela torcida constante e por estarem sempre ao meu lado em todos os momentos importantes desta jornada.

Aos meus avós, por todo o amor, pelos ensinamentos e pelos valores transmitidos ao longo da minha vida, que contribuíram significativamente para a minha formação pessoal e profissional.

À Camilly Miranda, agradeço por todo o carinho, compreensão e apoio incondicional. Obrigado por acreditar em mim, por me incentivar nos momentos difíceis e por estar presente durante toda a minha trajetória acadêmica, sem nunca me deixar desistir dos meus sonhos.

Aos meus colegas de turma, agradeço a convivência, amizade, troca de conhecimentos e pelos momentos compartilhados durante o curso.

Por fim, à minha professora orientadora, Profa. Dra. Jennefer Lavor Bentes, pela dedicação, paciência, orientação e pelos valiosos ensinamentos que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para esta conquista, o meu sincero muito obrigado.

RESUMO

As lajes maciças em concreto armado constituem um dos elementos estruturais mais utilizados em edificações, sendo responsáveis por receber e transmitir as cargas atuantes aos demais componentes da estrutura. O dimensionamento desses elementos pode ser realizado por diferentes abordagens, desde métodos analíticos clássicos até ferramentas computacionais baseadas em métodos numéricos. Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo comparar os resultados obtidos por métodos de dimensionamento analítico e computacional de lajes maciças em concreto armado. Para o dimensionamento analítico, foram empregados os métodos clássicos de Czerny e Bares, amplamente utilizados na determinação dos momentos fletores em lajes. Na abordagem computacional, foram desenvolvidos dois modelos numéricos no software SAP2000®: um considerando a presença de vigas e pilares, representando de forma mais próxima o comportamento real da estrutura, e outro utilizando apoios nodais, buscando reproduzir as condições teóricas adotadas pelos métodos analíticos. A pesquisa caracteriza-se como aplicada, de abordagem qualitativa, sendo realizada a partir da análise de um pavimento específico composto por lajes maciças em concreto armado. Os esforços solicitantes obtidos por cada método foram utilizados para o dimensionamento da área de armaduras e posteriormente organizados em gráficos e tabelas comparativas. Espera-se que os resultados permitam avaliar as diferenças e aproximações entre os métodos analisados, contribuindo para uma melhor compreensão da influência das hipóteses de cálculo e das condições de modelagem no dimensionamento de lajes maciças em concreto armado.

Palavras-chave: dimensionamento estrutural; lajes maciças; concreto armado; método de Czerny; método de Bares; SAP2000®.

ABSTRACT

Solid reinforced concrete slabs are among the most widely used structural elements in buildings, being responsible for receiving and transferring loads to the other components of the structure. The design of these elements can be performed using different approaches, ranging from classical analytical methods to computational tools based on numerical analysis. In this context, the present study aims to compare the results obtained through analytical and computational design methods for solid reinforced concrete slabs. For the analytical design, the classical methods of Czerny and Bares were employed to determine the bending moments acting on the slabs. For the computational approach, two models were developed using the SAP2000[®] software: the first considering beams and columns, representing more closely the actual structural behavior, and the second replacing beams with nodal supports, in order to reproduce the boundary conditions adopted in the analytical methods. This research is characterized as an applied study with a qualitative approach, based on the analysis of a floor system composed of solid reinforced concrete slabs. The internal forces obtained from each method were used for reinforcement design and subsequently organized into comparative tables and graphs. The results are expected to provide a better understanding of the differences and similarities between the analyzed methods, contributing to the evaluation of the influence of calculation assumptions and modeling conditions on the design of solid reinforced concrete slabs.

Keywords: structural design; solid slabs; reinforced concrete; Bares method; Czerny method; SAP2000[®].

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fluxograma da metodologia aplicada ao trabalho.....	22
Figura 2 - Planta baixa do pavimento analisado (m).	24
Figura 3 - Divisão das lajes do pavimento analisado (m).	24
Figura 4 - Definição de l_x e l_y	26
Figura 5 - Vinculação das lajes.....	27
Figura 6 - Altura total e altura útil da laje	28
Figura 7 - Parede paralela à direção principal da laje	33
Figura 8 - Indicação no sentido do momento	35
Figura 9 - Novo modelo SAP2000®	43
Figura 10 - Definição das propriedades do Concreto no SAP2000®	45
Figura 11 – Atribuição de combinação de cargas no SAP2000®	47
Figura 12 – Discretizar o elemento finito (Shell) no SAP2000®	48
Figura 13 - Exibir esforços na laje no SAP2000®	49
Figura 14 - Definição de propriedades do material CA-50 no SAP2000®	51
Figura 15 - Definição do material da armadura e cobrimento nominal no SAP2000®	52
Figura 16 - Seleção da norma ACI 350-20 no SAP2000®	52
Figura 17 - Exibir áreas de aço requeridas nas lajes no SAP2000®	53
Figura 18 - Área de influência da parede	59
Figura 19 - Distribuição dos momentos fletores obtidos pelo método de Bares (kN.cm/m). .	61
Figura 20 - Distribuição dos momentos fletores obtidos pelo método de Czerny (kN.cm/m).	62
Figura 21 - Mom. fletor da Laje 4. Carga total de 4,43 kN/m (sem carga de parede).....	63
Figura 22 – Mom. fletor da Laje 4. Carga total de 7,93 kN/m (com carga de parede).....	63
Figura 23 – Mom. fletor da Laje 7. Carga total de 5,18 kN/m (sem carga de parede)	64
Figura 24 – Mom. fletor da Laje 7. Carga total de 7,76 kN/m (com carga de parede).....	64
Figura 25 – Mom. fletor da Laje 9. Carga total de 4,93 kN/m (sem carga de parede)	64
Figura 26 – Mom. fletor da Laje 9. Carga total de 6,79 kN/m (com carga de parede).....	64
Figura 27 – Mom. fletor da Laje 8. Carga total de 6,18 kN/m (balanço)	65
Figura 28 - Planta baixa: momentos fletores negativos - Método de Bares	67
Figura 29 - Planta baixa: momentos fletores negativos - Método de Czerny.	68
Figura 30 - Momentos fletores (kN.cm/m) e áreas de armadura de flexão (cm ² /m) (Bares)..	71
Figura 31 - Momentos fletores (kN.cm/m) e áreas de armadura de flexão (cm ² /m) (Czerny)	73
Figura 32 - Máscara do pavimento	75
Figura 33 - Definição do Grid.....	76
Figura 34 - Grids da estrutura	76
Figura 35 - Definição da seção das vigas	77
Figura 36 - Definição da seção dos pilares	78
Figura 37 - Lançamento dos elementos estruturais	78
Figura 38 - Definição das seções das áreas das lajes	79
Figura 39 - Lajes definidas	79
Figura 40 - Modelo tridimensional da estrutura no SAP2000®	80
Figura 41 - Aplicação das cargas lineares de parede na estrutura	81

Figura 42 - Discretização das lajes	82
Figura 43 - Estrutura com as lajes e carregamentos aplicados	82
Figura 44 - Distribuição dos momentos M11 (Vigas).....	83
Figura 45 - Distribuição dos momentos M22 (Vigas).....	83
Figura 46 - Área de aço superior na direção x no SAP2000® (Vigas)	85
Figura 47 - Área de aço superior na direção y no SAP2000® (Vigas)	85
Figura 48 - Área de aço inferior na direção x no SAP2000® (Vigas)	86
Figura 49 - Área de aço inferior na direção y no SAP2000® (Vigas)	86
Figura 50 - Modelo tridimensional da estrutura com apoios nodais.....	88
Figura 51 - Distribuição dos momentos M11 (apoios nodais).....	89
Figura 52 - Distribuição dos momentos M22 (apoios nodais).....	89
Figura 53 - Área de aço superior na direção x no SAP2000® (Apoios Nodais).....	90
Figura 54 - Área de aço superior na direção y no SAP2000® (Apoios Nodais).....	91
Figura 55 - Área de aço inferior na direção x no SAP2000® (Apoios Nodais).....	91
Figura 56 - Área de aço inferior na direção y no SAP2000® (Apoios Nodais).....	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Classes de agressividade ambiental (CAA)	29
Tabela 2 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10 \text{ mm}$	30
Tabela 3 - Valores característicos nominais das cargas variáveis	34
Tabela 4 - Valores do coeficiente adicional γ_n para lajes em balanço	39
Tabela 5 - Valores mínimos para armaduras passivas aderentes	40
Tabela 6 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas com seção transversal retangular	40
Tabela 7 - Vãos efetivos das lajes (m)	55
Tabela 8 - Pré-dimensionamento da altura da laje	56
Tabela 9 - Ações atuantes na laje	56
Tabela 10 - Carga de parede em laje bidirecional	57
Tabela 11 - Carga de parede em laje unidirecional	58
Tabela 12 - Cargas de paredes totais	58
Tabela 13 - Ações atuantes nas lajes	60
Tabela 14 - Momentos fletores Bares (kN.m/m)	61
Tabela 15 - Momentos fletores Czerny (kN.m/m)	62
Tabela 16 – Mom. fletores negativos – dir. horizontal - Método de Bares	65
Tabela 17 – Mom. fletores negativos – dir. vertical - Método de Bares	66
Tabela 18 – Mom. fletores negativos - na dir. horizontal - Método de Czerny	66
Tabela 19 – Mom. fletores negativos – dir. vertical - Método de Czerny	66
Tabela 20 - Área de aço para momento positivo M_x (Bares)	70
Tabela 21 - Área de aço para momento positivo M_y (Bares)	70
Tabela 22 - Áreas de aço para momentos negativos na direção horizontal (Bares)	70
Tabela 23 - Áreas de aço para momentos negativos na direção vertical (Bares)	70
Tabela 24 - Áreas de aço na dir. vertical da L3 e L11 sem compatibilização dos mom. negativos (Bares)	71
Tabela 25 - Área de aço para momento positivo M_x (Czerny)	72
Tabela 26 - Área de aço para momento positivo M_y (Czerny)	72
Tabela 27 - Áreas de aço para momentos negativos na direção horizontal (Czerny)	72
Tabela 28 - Áreas de aço para momentos negativos na direção vertical (Czerny)	72
Tabela 29 - Áreas de aço na dir. vertical das L3 e L11 sem compat. dos momentos negativos (Czerny)	73
Tabela 30 - Área de aço para momento positivo M_x (Lajes unidirecional)	74
Tabela 31 - Área de aço (L8)	74
Tabela 32 - Comparação dos momentos fletores positivos M_x nas lajes bidirecionais (kN.cm/m)	93
Tabela 33 - Comparação dos momentos fletores positivos M_y nas lajes bidirecionais (kN.cm/m)	94
Tabela 34 - Comparação dos momentos fletores negativos na direção horizontal	94
Tabela 35 - Comparação dos momentos fletores negativos na direção vertical	95

Tabela 36 - Comparação dos momentos fletores positivos M_x - lajes unidirecionais (kN.cm/m).	96
Tabela 37 - Comparação de momentos laje em balanço	96
Tabela 38 - Comparação das áreas de aço - m_x (cm ² /m).....	97
Tabela 39 - Comparação das áreas de aço - m_y (cm ² /m).....	98
Tabela 40 - Comparação das áreas de aço negativas na direção horizontal	99
Tabela 41 - Comparação das áreas de aço negativas na direção vertical	99
Tabela 42 - Comparação das áreas de aço positivas das lajes unidirecionais	100
Tabela 43 - Comparação da área de aço na laje em balanço	100

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 Objetivo principal e secundários	13
1.2 Justificativa	14
1.3 Delimitação do trabalho	15
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1 Lajes maciças	16
2.2 Método analítico	17
2.3 Método computacional	19
3 METODOLOGIA.....	22
3.1 Caracterização da estrutura analisada	23
3.1.1 Apresentação da planta e caracterização das lajes	23
3.1.2 Característica dos materiais empregados e elementos estruturais	25
3.2 Dimensionamento analítico das lajes maciças	25
3.2.1 Definição de l_x , l_y , λ e classificação das lajes	25
3.2.2 Pré-dimensionamento e determinação da altura útil	27
3.2.3 Levantamento das cargas atuantes	30
3.2.4 Cálculo dos momentos fletores pelos métodos de Bares e Czerny	34
3.2.5 Compatibilização de momentos fletores	37
3.2.6 Determinação das áreas de aço	38
3.3 Dimensionamento computacional no SAP2000®	41
3.3.1 Modelagem estrutural do pavimento (Modelo Tipo 1)	42
3.3.2 Definição dos materiais, seções e condições de apoio	43
3.3.3 Aplicação das cargas e combinações	45
3.3.4 Discretização	47
3.3.5 Análise dos esforços solicitantes	48
3.3.6 Substituição das vigas por apoios nodais (Modelo Tipo 2)	49
3.3.7 Determinação das áreas de aço	50
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	54
4.1 Pré-dimensionamento e caracterização das lajes	54
4.1.1 Determinação dos vãos efetivos, direção de trabalho e parâmetro λ	54
4.1.2 Determinação da altura da laje	55
4.2 Determinação das ações atuantes	56
4.2.1 Cargas permanentes	56

4.2.2 Carga de parede em lajes bidirecionais	57
4.2.3 Carga de parede em lajes unidirecionais	57
4.2.4 Cargas acidentais	59
4.3 Análise estrutural pelo Método de Bares e Czerny.....	60
4.3.1 Determinação dos momentos fletores.	60
4.3.2 Compatibilização de momentos fletores.....	65
4.3.3 Dimensionamento das áreas de aço	68
4.4 Modelagem estrutural no SAP2000®	74
4.4.1 Modelagem com apoio em vigas	75
4.4.2 Modelagem com apoios nodais	87
4.5 Comparação entre analítico e computacional.....	92
4.5.1 Comparação dos momentos fletores.....	92
4.5.2 Comparação das áreas de aço	97
5 CONCLUSÕES.....	102
REFERÊNCIAS	104
APÊNDICES	105
APÊNDICE A.....	105
APÊNDICE B.....	108

1 INTRODUÇÃO

As lajes maciças de concreto armado são elementos estruturais responsáveis por receber as cargas dos pavimentos e transferi-las para os demais componentes da estrutura. Dessa forma, o dimensionamento adequado desses elementos é fundamental para garantir segurança, desempenho e economia nas edificações.

Este trabalho apresenta uma análise comparativa do dimensionamento de lajes maciças utilizando métodos analíticos e computacionais. São aplicados os métodos de Bares e Czerny (Pinheiro, 2007; Beton-Kalender, 1976 apud Rolim, s.d.) para obtenção dos esforços solicitantes, além da modelagem estrutural realizada no software SAP2000®, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF).

Inicialmente, são apresentados os conceitos relacionados às lajes maciças, aos métodos analíticos e à análise computacional, fornecendo o embasamento necessário para o desenvolvimento do estudo. Em seguida, são descritos os procedimentos utilizados no dimensionamento e na modelagem estrutural das lajes analisadas.

Posteriormente, são apresentados os resultados obtidos, incluindo os momentos fletores, as áreas de aço e as comparações entre os métodos adotados, permitindo avaliar a influência das diferentes metodologias nos resultados estruturais.

Por fim, são apresentadas as conclusões do estudo, destacando os principais comportamentos observados. Nos apêndices são disponibilizadas as tabelas complementares contendo os valores detalhados dos momentos fletores e das áreas de aço obtidas durante o dimensionamento das lajes.

1.1 Objetivo principal e secundários

O objetivo principal é comparar os resultados obtidos por diferentes métodos de dimensionamento de lajes maciças, a partir do dimensionamento estrutural de lajes com o uso da teoria analítica de Bares e Czerny e de modelagem computacional utilizando o software de análise estrutural SAP2000®.

Como objetivos específicos, buscou-se:

- Realizar o dimensionamento estrutural das lajes por meio da teoria de Bares e Czerny;
- Desenvolver modelos numéricos computacionais utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF);
- Utilizar o software comercial *Structural Analysis Program* (SAP2000®) de MEF para análise computacional;
- Comparar os resultados obtidos entre os métodos analíticos e computacional.

1.2 Justificativa

A escolha do tema justifica-se, inicialmente, pela relevância técnica relacionada à necessidade de aplicação dos métodos clássicos e computacionais para o cálculo e análise dos sistemas estruturais, uma vez que “essa análise é de suma importância em um projeto, pois é nesse estágio que ocorre uma avaliação detalhada dos problemas e das possíveis soluções”, sendo fundamental para avaliar o comportamento da estrutura e verificar a adequação das soluções propostas (Ferreira et al., 2024, p. 2).

A comparação entre esses métodos de análise contribui para a tomada de decisão dos engenheiros estruturais durante a elaboração de projetos, possibilitando a escolha da abordagem mais adequada para cada situação. Como consequência, favorece a otimização dos custos, reduz a necessidade de intervenções corretivas e contribui para o aumento da vida útil das edificações.

À luz da ciência, a pesquisa busca contribuir para a ampliação do conhecimento acerca da comparação entre diferentes metodologias de análise e dimensionamento de lajes maciças em concreto armado, principalmente no contexto da elaboração de projetos estruturais de edifícios, considerando que é necessário realizar uma análise estrutural para determinar as ações atuantes na estrutura, permitindo avaliar os esforços, deformações e deslocamentos dos elementos estruturais e contribuindo para a definição de soluções mais adequadas ao projeto.

Ressalta-se que os resultados obtidos se limitam quanto à aplicação nas práticas da engenharia brasileira, uma vez que não consta no software SAP2000® o dimensionamento das áreas de aço dos elementos estruturais em conformidade com o estabelecido nas normas nacionais.

Do ponto de vista acadêmico, o presente trabalho contribui para o aprofundamento do conhecimento sobre o tema, e como material didático com síntese metodológica e possível de

ser utilizado nas disciplinas de teoria e análise computacional de estruturas. Além disso, possibilita uma análise comparativa entre diferentes procedimentos de dimensionamento, auxiliando na interpretação dos resultados obtidos e na compreensão da influência das hipóteses adotadas na modelagem estrutural.

Assim, este trabalho se justifica pela sua relevância técnica e acadêmico-científica, ao realizar um comparativo de resultados obtidos por meio de análise estrutural com o uso de métodos clássicos e computacional.

1.3 Delimitação do trabalho

O presente estudo está delimitado à análise e comparação de métodos de dimensionamento aplicados a lajes maciças em concreto armado, considerando um pavimento específico como objeto de estudo. A investigação concentra-se na determinação dos esforços solicitantes e das áreas de armadura, a partir de abordagem analítica e computacional.

Foram utilizados os métodos analíticos clássicos de Bares e Czerny, bem como desenvolvidos 02 (dois) modelos computacionais com o uso do software comercial SAP2000[®], contemplando duas condições distintas de modelagem: uma com a presença de vigas e pilares e outra com a substituição das vigas por apoios nodais.

O estudo restringiu-se às lajes maciças, não sendo abordados outros tipos de sistemas estruturais, como lajes nervuradas, protendidas ou pré-moldadas. Além disso, não foram considerados aspectos relacionados ao dimensionamento completo da edificação, como fundações, detalhamento executivo ou verificação global da estrutura, mantendo o foco, exclusivamente, na análise e comparação dos métodos de dimensionamento das lajes.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento deste trabalho, abordando os principais conceitos relacionados ao comportamento e dimensionamento de lajes maciças em concreto armado. Inicialmente, são discutidas as características das lajes maciças, sua função no sistema estrutural e sua importância para a distribuição dos carregamentos nas edificações.

Em seguida, são apresentados os fundamentos dos métodos analíticos empregados no dimensionamento desses elementos, considerando as hipóteses simplificadoras e os procedimentos utilizados para obtenção dos esforços solicitantes.

Por fim, são abordados os métodos computacionais aplicados à análise estrutural, destacando a utilização de ferramentas numéricas e softwares de cálculo como recursos auxiliares na modelagem, análise e avaliação do comportamento das estruturas. Dessa forma, o capítulo fornece a base teórica para a comparação entre os métodos analíticos e computacionais adotados neste estudo.

2.1 Lajes maciças

As lajes maciças são elementos estruturais planos, usualmente constituídos por concreto armado, responsáveis por receber as cargas atuantes nos pavimentos e transferi-las aos demais elementos da estrutura, como vigas e pilares. Esses elementos possuem função fundamental no sistema estrutural, pois contribuem para a resistência, distribuição dos carregamentos e para o comportamento global da edificação. Conforme Chust et al., (2024, p.383):

Estruturalmente, as lajes são elementos planos de concreto classificados como elementos laminares, nos quais a espessura apresenta dimensão reduzida em relação aos seus demais comprimentos. Essa característica influencia seu comportamento estrutural e sua capacidade de resistir aos esforços atuantes. (Chust et al., 2024, p.383).

Dessa forma, entende-se que a pequena espessura das lajes em relação aos seus vãos faz com que esses elementos apresentem um comportamento estrutural semelhante ao de placas, distribuindo os carregamentos recebidos para os elementos de apoio. Essa característica influencia diretamente na forma como os esforços são transferidos e analisados no dimensionamento estrutural.

Além disso, o comportamento das lajes depende de fatores como suas dimensões, condições de apoio e carregamentos atuantes. A definição correta desses parâmetros é fundamental para determinar a direção de trabalho da laje e os esforços solicitantes, garantindo um dimensionamento adequado e seguro da estrutura.

No contexto histórico, a respeito da origem do uso da laje em concreto armado como elemento estrutural, Leonhardt et al. (2008, p.1) manifesta que:

Em meados do século XIX, foram adotadas pela primeira vez, na França, armaduras de aço em peças de concreto: em 1855, J.L. Lambot construiu um barco com argamassa de cimento reforçada com ferro (...). O americano W. E. Ward construiu em Nova Iorque, em 1873, uma casa de concreto armado – o **Ward's Castle** – existente até hoje.

Esses fatos exemplificam que o desenvolvimento do concreto armado ocorreu a partir da necessidade de associar as propriedades do concreto, principalmente sua resistência à compressão, com a capacidade do aço de resistir aos esforços de tração. Essa combinação possibilitou a criação de elementos estruturais mais eficientes e com maior capacidade de resistência. A evolução do concreto armado permitiu sua ampla utilização na construção civil, tornando-se um dos principais sistemas estruturais utilizados atualmente. Sua aplicação em edificações possibilitou maior liberdade arquitetônica, melhores soluções construtivas e estruturas capazes de atender diferentes tipos de carregamentos.

Nesse contexto, as lajes de concreto armado passaram a desempenhar um papel fundamental nas edificações contemporâneas, pois permitem a resistência e distribuição dos carregamentos dos pavimentos para os demais elementos estruturais. Dessa forma, o conhecimento sobre seu comportamento é essencial para garantir segurança, desempenho e economia no dimensionamento das estruturas.

2.2 Método analítico

Os métodos analíticos para dimensionamento de lajes são procedimentos matemáticos utilizados para determinar os esforços atuantes, como momentos fletores e reações de apoio, a partir das características físico-geométricas, condições de vinculação e carregamentos aplicados. Esses métodos permitem avaliar o comportamento estrutural de forma simplificada, sendo importantes para a análise e dimensionamento de elementos em concreto armado. Conforme Clímaco (2008, p.288):

As cargas transmitidas pelas lajes aos elementos de apoio podem ser consideradas como carregamentos distribuídos ao longo das vigas, sendo essa uma simplificação adotada na análise estrutural para a determinação dos esforços atuantes.

A consideração dessas simplificações permite tornar o processo de análise das lajes mais prático, reduzindo a complexidade dos cálculos estruturais. Entretanto, os resultados obtidos dependem das hipóteses adotadas, das condições de apoio e da forma como os carregamentos são distribuídos, sendo necessário compreender as limitações de cada método utilizado.

Entre os métodos analíticos utilizados no dimensionamento de lajes, destacam-se os métodos de Bares e Czerny, os quais empregam coeficientes tabelados para a determinação dos momentos fletores. Esses coeficientes são definidos a partir das características geométricas da laje, como a relação entre os vãos e as condições de vinculação, permitindo a obtenção dos momentos positivos e negativos necessários para o dimensionamento das armaduras.

Segundo Pinheiro (2007), “os procedimentos baseados em tabelas, como os métodos de Bares e Czerny, são fundamentados em processos numéricos aplicados à análise de placas. As tabelas utilizadas apresentam coeficientes adimensionais, obtidos a partir das condições de apoio, da relação entre os vãos e do carregamento atuante, os quais permitem determinar os momentos fletores nas diferentes direções da laje.”

Dessa forma, os coeficientes tabelados não representam valores fixos, mas sim uma forma simplificada de representar o comportamento estrutural das lajes submetidas a diferentes situações de carregamento e vinculação. assim, a aplicação desses métodos exige a correta identificação das características da laje analisada.

Segundo Rolim (2022, p.21), “lajes são elementos estruturais que recebem, além das cargas permanentes, as ações provenientes do uso da edificação, transmitindo esses esforços para os elementos de apoio, como as vigas”. Essa distribuição de carregamentos é fundamental para a análise estrutural das lajes, pois permite a determinação dos esforços internos utilizados nos métodos de dimensionamento.

Esses conceitos demonstram que a análise das lajes depende da correta compreensão da forma como os carregamentos são distribuídos e transmitidos aos elementos estruturais. Dessa forma, os métodos analíticos utilizam essas considerações para estimar os esforços atuantes, possibilitando o dimensionamento das armaduras de acordo com o comportamento esperado da estrutura.

Neste trabalho, os métodos analíticos de Bares e Czerny foram os utilizados para a obtenção dos momentos fletores das lajes maciças, considerando as características geométricas e as condições de apoio adotadas. Os resultados obtidos por esses procedimentos foram, posteriormente, comparados com os valores provenientes da modelagem computacional.

Embora os métodos analíticos apresentem grande importância por sua simplicidade e aplicabilidade, eles são baseados em hipóteses simplificadoras do comportamento estrutural. Com o advento do uso dos computadores nas universidades e escritórios de cálculo estrutural, tornou-se possível a realização de análises mais detalhadas, considerando diferentes condições de modelagem numérica e interação entre os elementos estruturais.

2.3 Método computacional

A análise computacional de estruturas consiste na utilização de métodos numéricos e softwares especializados para simular o comportamento das estruturas submetidas a diferentes condições de carregamento. Esses modelos permitem representar os elementos estruturais de forma mais detalhada, possibilitando a obtenção de esforços, deslocamentos e demais parâmetros necessários para avaliação do desempenho estrutural.

No contexto do MEF, a malha corresponde à discretização de um elemento estrutural contínuo em pequenas regiões denominadas elementos finitos, conectadas entre si por pontos chamados nós. Essa divisão permite transformar um problema estrutural complexo em um conjunto de problemas menores, possibilitando a resolução numérica do comportamento da estrutura.

A quantidade e o tamanho dos elementos que compõem a malha influenciam diretamente na precisão dos resultados obtidos, sendo que malhas mais refinadas tendem a representar de forma mais detalhada a distribuição dos esforços e deslocamentos ao longo do elemento estrutural.

A respeito dos elementos reais caracterizados como laje, para a análise estrutural podem ser simplificados e compreendidos como elementos de malha, conforme citado por Botelho et al. (2015, p.131) a seguir:

A laje pode ser compreendida em sua análise como uma malha, na qual seu comportamento estrutural é avaliado a partir da distribuição dos esforços gerados pela atuação dos carregamentos. Dessa forma, quando submetida às

cargas, a região do meio do vão apresenta tração na parte inferior e compressão na parte superior, caracterizando a ocorrência de momento fletor positivo.

A compreensão como elementos de malha viabiliza a utilização prática de modelos numéricos, os quais permitem uma representação mais detalhada do comportamento estrutural, considerando a rigidez dos elementos e a distribuição dos esforços ao longo da estrutura. Diferentemente dos métodos analíticos, a discretização possível na análise computacional possibilita avaliar diferentes condições de carregamento e vinculação, reduzindo algumas simplificações adotadas nos procedimentos convencionais.

Dentre os softwares comerciais utilizados para análise estrutural, destaca-se o SAP2000®, que permite a modelagem de estruturas por meio do MEF. Nesse ambiente computacional, os elementos estruturais, como vigas, pilares e lajes, podem ser representados por elementos específicos, por exemplo, como os elementos do tipo *shell* para a modelagem de lajes, possibilitando a aplicação de carregamentos e a obtenção dos esforços necessários para o dimensionamento estrutural.

Segundo a Computer and Structures, inc. (CSI, 2023), o software é uma ferramenta destinada à modelagem, análise e dimensionamento de estruturas, permitindo a representação de diferentes sistemas estruturais por meio de modelos numéricos. O programa utiliza o método dos elementos finitos para avaliar a resposta da estrutura em termos de esforços, tensões e deformações, considerando as características dos materiais, geometria dos elementos, carregamentos e condições de apoio definidas pelo usuário.

Dessa forma, o SAP2000® permite a criação de modelos computacionais que representam o comportamento dos elementos estruturais de maneira mais detalhada, sendo uma ferramenta utilizada para análises lineares e não lineares em diferentes áreas da engenharia. Entretanto, assim como outros métodos computacionais, os resultados obtidos dependem das hipóteses adotadas durante a modelagem.

O MEF é uma ferramenta numérica utilizada para avaliar o comportamento de estruturas submetidas a diferentes ações externas. Conforme Azevedo, (2003, p.1), “no âmbito da engenharia de estruturas, o MEF possibilita a determinação dos estados de tensão e de deformação de um elemento estrutural a partir da representação de sua geometria e das condições de carregamento aplicadas. Dessa forma, uma estrutura contínua é transformada em um modelo discretizado composto por diversos elementos finitos interligados, permitindo uma análise aproximada do seu comportamento”.

Essa abordagem possibilita a análise de estruturas com geometrias e condições de apoio mais complexas, sendo amplamente utilizada na engenharia. Entretanto, a precisão dos resultados está relacionada à adequada representação do modelo numérico, incluindo a definição das propriedades dos materiais, das ações aplicadas e do refinamento da malha.

A respeito da discretização dos sistemas e elementos estruturais, Pappalardo (2023, p.20) observa que:

O nível de discretização ou refinamento da malha do modelo de elementos finitos está diretamente relacionado à qualidade dos resultados. Quanto maior for o nível de discretização, maior será a precisão da solução obtida e, conseqüentemente, o custo operacional-computacional.

Dessa forma, a análise computacional possibilita ao engenheiro uma avaliação mais detalhada do comportamento estrutural, permitindo considerar diferentes condições de modelagem e distribuição de esforços. Contudo, apesar de reduzir algumas simplificações presentes nos métodos analíticos, a qualidade dos resultados depende da correta definição dos parâmetros do modelo, como, por exemplo, propriedades dos materiais, geometria dos elementos estruturais, carregamentos, apoios e refinamento da malha.

Nesse contexto, a modelagem computacional realizada neste trabalho utilizou o software comercial SAP2000[®], considerando diferentes formas de representação dos apoios das lajes maciças. Foram avaliados modelos com apoio nodal e apoio sobre vigas, possibilitando a comparação dos momentos fletores e das áreas de aço obtidas em cada situação.

A utilização conjunta dos métodos analíticos e computacionais permitiu uma análise mais ampla do comportamento das lajes de concreto armado. Enquanto os métodos simplificados fornecem estimativas a partir de hipóteses previamente estabelecidas, os modelos numéricos possibilitam uma representação mais próxima da estrutura real, contribuindo para uma avaliação comparativa dos resultados obtidos.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento do trabalho. Trata-se de pesquisa de natureza aplicada, uma vez que busca utilizar conceitos teóricos da engenharia estrutural para a resolução de um problema prático relacionado ao dimensionamento de lajes maciças em concreto armado. Quanto à abordagem, realiza uma pesquisa qualitativa, pois envolve a obtenção e análise comparativa de resultados numéricos provenientes de cálculos analíticos e modelagem computacional.

Inicialmente, foi realizado o dimensionamento analítico das lajes pelos métodos de Bares e Czerny. Em seguida, foram desenvolvidos modelos computacionais no software SAP2000®, permitindo a obtenção dos esforços solicitantes e das áreas de aço de dois modelos numéricos distintos: um modelo com vigas e pilares e outro com apoios nodais.

Por fim, os resultados obtidos foram organizados, apresentados e comparados, permitindo a análise das diferenças entre os métodos. Para melhor compreensão das etapas adotadas, apresenta-se na Figura 1 o fluxograma da metodologia aplicada ao trabalho.

Figura 1 – Fluxograma da metodologia aplicada ao trabalho.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

A seguir, apresenta-se o detalhamento dos procedimentos de cálculo analítico e modelagem numérica, conforme métodos adotados no desenvolvimento de cada uma dessas etapas.

3.1 Caracterização da estrutura analisada

Nesta etapa é apresentada a estrutura objeto de estudo, contemplando a definição da geometria do pavimento, a identificação dos elementos estruturais e as propriedades dos materiais adotados na análise. Essa caracterização tem como finalidade estabelecer as informações necessárias para o desenvolvimento dos procedimentos de dimensionamento analítico e da modelagem computacional, garantindo a adequada representação da estrutura analisada.

3.1.1 Apresentação da planta e caracterização das lajes

Inicialmente, apresenta-se a planta baixa do pavimento objeto de estudo, a qual serve como base para o desenvolvimento de todas as etapas do dimensionamento analítico e computacional. A partir dessa planta, é possível identificar a disposição dos elementos estruturais, como vigas, pilares e lajes, bem como as dimensões e geometrias de cada painel de laje.

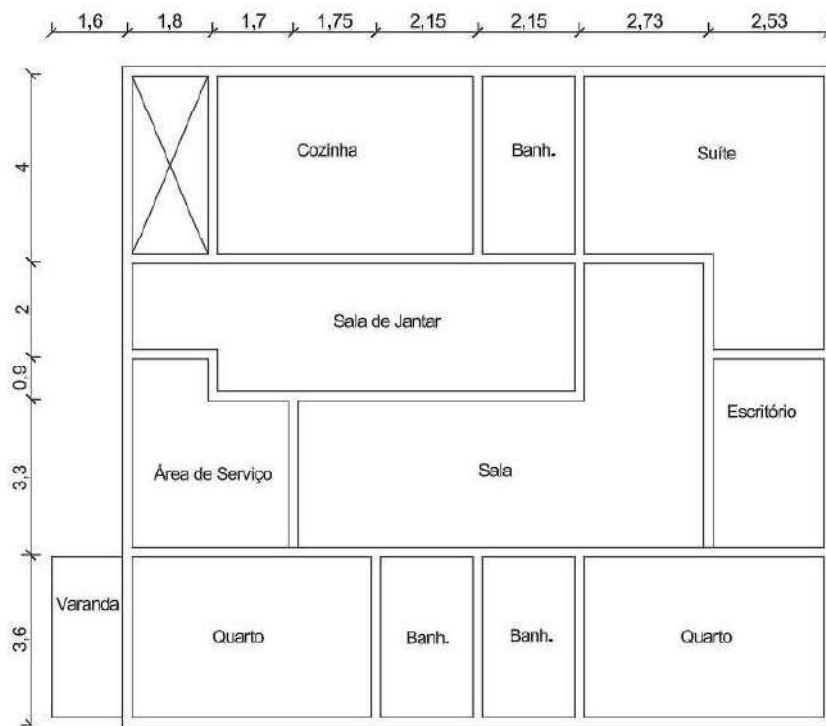
Com base na planta do pavimento, foi realizada a identificação e a caracterização das lajes, por meio da definição de seus limites, dimensões e condições de contorno. Cada laje foi individualizada e numerada, facilitando sua análise ao longo do trabalho.

Além disso, foram verificadas as condições de apoio em cada uma das bordas das lajes, identificando se estas se comportam como engastadas, simplesmente apoiadas ou livres. Essa caracterização é fundamental para a aplicação dos métodos analíticos de dimensionamento, uma vez que os esforços solicitantes dependem diretamente dessas condições de vinculação.

Por fim, foram organizadas as principais informações de cada laje, como dimensões, tipo de apoio e localização no pavimento, de modo a estruturar os dados necessários para as etapas seguintes do dimensionamento analítico.

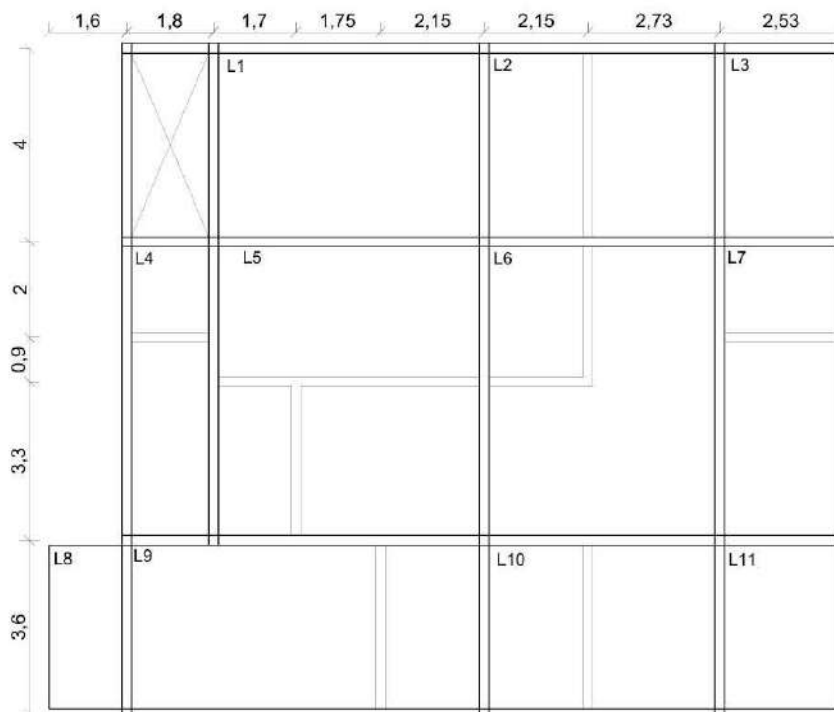
A Figura 2 apresenta a planta baixa do pavimento analisado, enquanto a Figura 3 apresenta a divisão e identificação das lajes que compõem o pavimento.

Figura 2 - Planta baixa do pavimento analisado (m).



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 3 - Divisão das lajes do pavimento analisado (m).



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

3.1.2 Característica dos materiais empregados e elementos estruturais

Para a modelagem e análise estrutural do pavimento, foi adotado concreto C25, com resistência característica à compressão de 25 MPa. A estrutura foi classificada na Classe de Agressividade Ambiental II (CAA II), resultando em cobrimento nominal das armaduras das lajes igual a 2,5 cm, conforme recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2023).

O concreto armado foi considerado com peso específico de 25 kN/m³. Para a camada de regularização em argamassa, adotou-se espessura de 2,5 cm e peso específico igual a 21 kN/m³. Além disso, foi considerado revestimento cerâmico com carga distribuída de 0,15 kN/m².

As paredes de alvenaria foram definidas utilizando blocos cerâmicos com furos horizontais de dimensões 9 cm × 19 cm × 19 cm e peso específico de 13 kN/m³. Todas as paredes adotadas no modelo possuem espessura de 0,13 m e altura de 2,80 m.

As vigas da estrutura foram modeladas com seção transversal de 20 cm de largura e 60 cm de altura, enquanto as espessuras das lajes variaram conforme os resultados obtidos no pré-dimensionamento estrutural.

3.2 Dimensionamento analítico das lajes maciças

O dimensionamento analítico das lajes maciças foi realizado com base nos métodos clássicos de Bares e Czerny. Nesta etapa, foram definidas as características geométricas das lajes, as condições de contorno, os carregamentos atuantes e os esforços solicitantes, permitindo posteriormente o dimensionamento das áreas de aço necessárias para cada elemento analisado.

3.2.1 Definição de l_x , l_y , λ e classificação das lajes

Para a classificação das lajes, inicialmente é definido o vão teórico, conforme estabelecido pela NBR 6118 (ABNT, 2023), que corresponde à distância entre os centros dos apoios. A partir dessa definição, determinam-se as dimensões principais da laje, denominadas l_x e l_y .

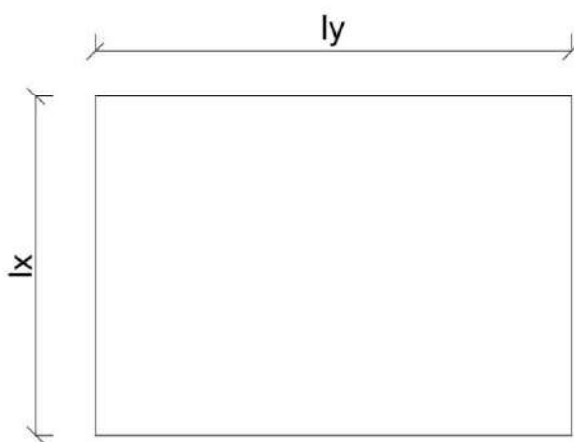
Essas dimensões não são definidas com base no eixo cartesiano, mas sim em função do comprimento dos lados, sendo l_x correspondente ao menor vão e l_y ao maior vão da laje.

Após a definição de l_x e l_y , calcula-se a relação λ (lambda), expressa pela Equação 1:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (\text{Equação 1})$$

Com base no valor obtido para λ , realiza-se a classificação estrutural da laje. Quando $\lambda \leq 2$, a laje é considerada armada em duas direções (laje bidirecional). Quando $\lambda > 2$, a laje é classificada como armada em uma direção (laje unidirecional). A definição dos vãos l_x e l_y , utilizados na determinação do parâmetro λ , é apresentada na Figura 4.

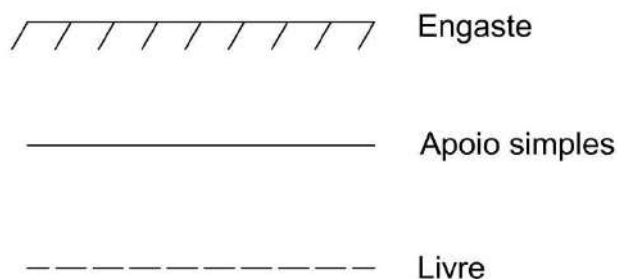
Figura 4 - Definição de l_x e l_y .



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Além disso, também é realizada a análise das condições de vinculação das bordas da laje, de acordo com as tabelas de Bares e Czerny. Nessa etapa, identifica-se o tipo de apoio presente em cada bordo, verificando se a borda apresenta engaste, apoio simples ou borda livre. Essa classificação é fundamental para a correta determinação dos coeficientes utilizados no cálculo dos momentos fletores e reações de apoio. Conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 - Vinculação das lajes.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

3.2.2 Pré-dimensionamento e determinação da altura útil

Existem diferentes formas de realizar o pré-dimensionamento de lajes maciças. Neste trabalho, foi adotado o método baseado na determinação da altura útil da laje, por ser amplamente utilizado no dimensionamento analítico de lajes em concreto armado.

A altura útil (d) corresponde à distância entre a face superior da laje e o centro de gravidade da armadura positiva principal, sendo um parâmetro fundamental para a verificação da resistência à flexão.

A determinação da altura útil será realizada pela equação 2:

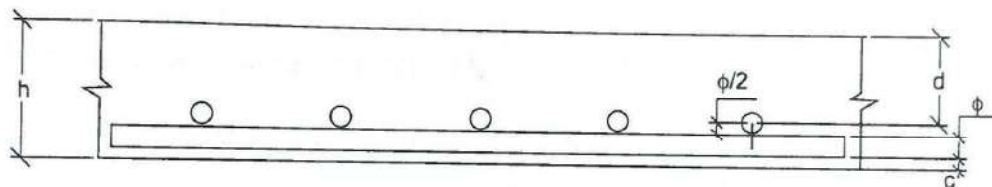
$$d = (2,5 - 0,1n) \cdot l \quad \text{Equação (2)}$$

Onde:

- d = altura útil da laje (cm);
- n = número de bordas engastadas da laje;
- l = menor valor entre l_x e 70% de l_y (em metros).

Os símbolos empregados para a determinação da altura útil da laje estão ilustrados na Figura 6.

Figura 6 - Altura total e altura útil da laje



Fonte: Chust (2024)

Após a obtenção da altura útil, determina-se a espessura total da laje (h), por meio da equação 3:

$$h = d + \frac{\Phi}{2} + c \quad \text{Equação (3)}$$

Onde:

- **h** = espessura total da laje (cm);
- **d** = altura útil (cm);
- **Φ** = diâmetro estimado da armadura principal, adotado inicialmente entre 5 mm e 10 mm;
- **c** = cobrimento da armadura, correspondente à distância entre a armadura e a face da laje.

Além do pré-dimensionamento analítico, a NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece limites mínimos para a espessura das lajes maciças, os quais devem ser obrigatoriamente respeitados. De acordo com o item 13.2.4.1 da referida norma, os valores mínimos são:

- a) 7 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- b) 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- c) 10 cm para lajes em balanço;
- d) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- e) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;

f) 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, com o mínimo de $\ell/42$ para lajes de piso biapoiadas e $\ell/50$ para lajes de piso contínuas;

g) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, fora do capitel NBR 6118 (ABNT, 2023).

Dessa forma, após o cálculo da espessura total da laje, verificou-se se o valor obtido atende às exigências mínimas normativas, adotando sempre o maior valor entre o calculado e o exigido pela norma.

Nessa etapa, também foi necessária a definição da Classe de Agressividade Ambiental (CAA) da estrutura, uma vez que ela influencia diretamente no valor do cobrimento nominal exigido pela norma. A partir da classificação da agressividade do ambiente, determina-se o cobrimento adequado para garantir a durabilidade e a proteção das armaduras contra processos de deterioração.

Para a definição da CAA, foram adotados os critérios estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2023), apresentados na Tabela 1. A partir dessa classificação, o cobrimento nominal das armaduras foi definido conforme a correspondência apresentada na Tabela 2.

Tabela 1 - Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submerso	
II	Moderada	Urbano ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinho ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas, elementos em contato com solo contaminado ou água subterrânea contaminada.

Fonte: Tabela 6.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023).

Tabela 2 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga ^b /pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.
^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.
^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.
^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: Tabela 6.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023)

3.2.3 Levantamento das cargas atuantes

Para o dimensionamento das lajes, foi necessário realizar o levantamento de todas as cargas permanentes e variáveis consideradas atuantes sobre a estrutura. Essas ações são fundamentais para a determinação dos esforços solicitantes e, consequentemente, para o correto dimensionamento estrutural.

De acordo com a NBR 6120 (ABNT, 2019), o peso específico do concreto armado foi adotado como 25 kN/m^3 , sendo esse o valor utilizado para o cálculo do peso próprio das lajes. O peso próprio corresponde à carga gerada pela própria estrutura e foi obtido pelo produto entre a espessura total da laje (h) e o peso específico do concreto armado.

Além do peso próprio, considerou-se também a carga de contrapiso, que corresponde à camada de argamassa executada sobre a laje com a finalidade de regularizar a superfície, proporcionar nivelamento e permitir o correto assentamento dos revestimentos de piso, além de contribuir para a redução de irregularidades e rugosidades da superfície estrutural.

A espessura do contrapiso geralmente é considerada entre 2 cm e 3 cm, dependendo das necessidades de nivelamento do ambiente. Para o cálculo dessa carga, multiplicou-se a espessura adotada pelo peso específico da argamassa 21kN/m^3 , conforme os valores estabelecidos pela (ABNT, 2019).

Também foi considerada a carga de revestimento, que representa o peso dos materiais de acabamento aplicados sobre o contrapiso, como pisos cerâmicos, porcelanatos, pedras, entre outros. O revestimento tem como principal função proporcionar acabamento estético, conforto de uso, proteção da superfície e durabilidade ao sistema construtivo.

Neste trabalho, será adotado o valor de $0,15\text{ kN/m}^2$ para o revestimento, valor definido com base em valores médios usualmente utilizados em projetos residenciais e compatíveis com revestimentos convencionais de piso.

Além das cargas permanentes anteriormente apresentadas, também é necessário considerar a carga proveniente das paredes e a sobrecarga de utilização (SCU), ambas fundamentais para o correto dimensionamento das lajes.

O cálculo da carga de parede depende do tipo de laje analisada, ou seja, se ela é armada em uma direção ou em duas direções, além do peso específico da alvenaria adotada. Neste trabalho, foi utilizado o peso específico de 13 kN/m^3 para alvenaria de blocos cerâmicos furados, conforme a Tabela 1 da NBR 6120 (ABNT, 2019), referente aos pesos específicos aparentes dos materiais de construção.

Inicialmente, determinou-se o peso total da parede por meio da equação 4:

$$P_{parede} = \gamma_{alv} \cdot h \cdot l \cdot e \quad \text{Equação (4)}$$

Onde:

- **Pparede** = peso total da parede;
- **γ_{alv}** = peso específico da alvenaria;
- **h** = altura da parede;
- **l** = comprimento da parede;
- **e** = espessura da parede.

Para lajes armadas em duas direções (lajes bidirecionais), após a determinação do peso da parede, a carga foi distribuída uniformemente pela área total da laje, sendo obtida pela relação entre o peso da parede e a área da laje na equação 5.

$$q = \frac{P_{parede}}{A_{laje}} \quad \text{Equação (5)}$$

Já para lajes armadas em uma direção (lajes unidirecionais), existem diferentes formas de consideração da carga de parede. Neste estudo, foi adotado o caso em que a parede está posicionada paralelamente à direção principal da laje.

Nessa situação, considera-se que a carga atua apenas sobre uma faixa de influência equivalente a $2/3$ de l_x , sendo l_x o menor vão da laje. Dessa forma, apenas parte da laje recebe a carga da parede, enquanto a área restante não é considerada nessa distribuição.

A distribuição da carga da parede e a respectiva faixa de influência considerada para lajes unidirecionais estão ilustradas na Figura 7.

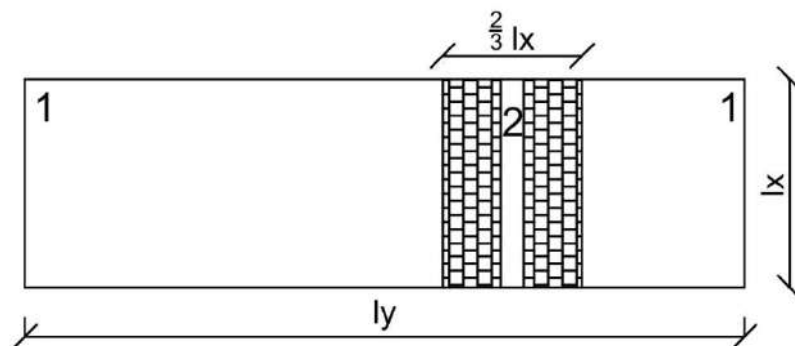
A carga equivalente da parede foi determinada de acordo com a equação 6:

$$q = \frac{3 \cdot P_{parede}}{2 \cdot l_x^2} \quad \text{Equação (6)}$$

Onde:

- **q** = carga distribuída da parede;
- **P_{parede}** = peso total da parede;
- **l_x** = menor vão da laje.

Figura 7 - Parede paralela à direção principal da laje



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Além das cargas permanentes, também foi considerada a sobrecarga de utilização (SCU), que representa as cargas variáveis decorrentes do uso e ocupação da edificação, como pessoas, móveis, equipamentos e demais ações acidentais previstas durante a vida útil da estrutura.

Os valores de SCU foram adotados conforme a NBR 6120 (ABNT, 2019), de acordo com a finalidade de uso de cada ambiente do pavimento analisado. Nos casos em que uma mesma laje atende dois ambientes com diferentes valores de sobrecarga, foi adotado o maior valor entre eles, visando maior segurança no dimensionamento estrutural. Podemos observar os valores na Tabela 3.

Tabela 3 - Valores característicos nominais das cargas variáveis

Local		Carga uniformemente distribuída kN/m ²	Carga concentrada kN
Cozinhas não residenciais ^a	Validar caso a caso, respeitando o valor mínimo indicado nesta Tabela	3	—
	Câmara fria	5	—
Depósitos de uso geral ^a As cargas devem ser validadas caso a caso, porém com os valores mínimos indicados nesta Tabela.	Validar caso a caso, respeitando o valor mínimo indicado nesta Tabela	7,5 kN/m ² até 2,5 m de altura de estoque + 3 kN/m ² por metro de altura de estoque excedente ^p	q
	Locais sujeitos ao acúmulo de mercadorias, incluindo zonas de acesso Materiais de armazenagem (ver 6.9) Supermercados (ver item nesta Tabela)	7,5	q
Edifícios residenciais	Dormitórios	1,5	—
	Sala, copa, cozinha	1,5	—
	Sanitários	1,5	—
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2	—
	Quadras esportivas	5 ^a	—
	Salão de festas, salão de jogos	3 ^a	—
	Áreas de uso comum	3 ^a	—
	Academia	3 ^a	—
	Forro acessíveis apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1 ^{a,r}	—
	Sótão	2 ^a	—
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5	—
	Corredores de uso comum	3	—
	Depósitos	3	—
	Áreas técnicas (ver item nesta Tabela)		
	Jardins (ver item nesta Tabela)		

Fonte: Parte da Tabela 10 da NBR 6120 (ABNT, 2019)

3.2.4 Cálculo dos momentos fletores pelos métodos de Bares e Czerny

Após o levantamento e a soma de todas as cargas atuantes sobre a laje, foi possível determinar os momentos fletores solicitantes por meio dos métodos analíticos de Bares e Czerny, amplamente utilizados no dimensionamento de lajes maciças em concreto armado.

Ambos os métodos utilizam tabelas de coeficientes que dependem principalmente do tipo de vinculação das bordas da laje e da relação entre seus vãos, representada pelo valor de λ (lambda).

Para a utilização das tabelas de Czerny (Beton-Kalender, 1976 apud Rolim, s.d.), inicialmente foi identificado o caso de vinculação da laje, verificando se suas bordas são engastadas, simplesmente apoiadas ou livres. Em seguida, com base no valor de λ e no tipo de laje, obtêm-se os coeficientes α_x , α_y , β_x e β_y .

Os coeficientes α estão relacionados aos momentos positivos, enquanto os coeficientes β correspondem aos momentos negativos. O cálculo dos momentos fletores foi realizado por meio da equação 7.

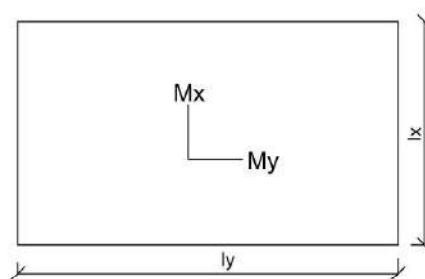
$$M = \frac{q \cdot l_x^2}{\text{coeficiente}} \quad \text{Equação (7)}$$

Onde:

- **M** = momento fletor atuante;
- **q** = carga total distribuída da laje;
- **l_x** = menor vão da laje;
- **coeficiente** = valor tabelado correspondente ao caso analisado.

Nos coeficientes em x e y, a nomenclatura não está relacionada ao sistema cartesiano, mas sim à direção estrutural da laje. O momento em x corresponde à direção paralela ao menor vão (l_x), enquanto o momento em y corresponde à direção paralela ao maior vão (l_y). Para lajes armadas em duas direções, obtêm-se momentos fletores em ambas as direções. Já para lajes armadas em uma direção, considera-se predominante o momento fletor na direção do menor vão, uma vez que é nessa direção que ocorre a principal flexão da laje. A relação entre os momentos fletores e as direções estruturais da laje está ilustrada na Figura 8.

Figura 8 - Indicação no sentido do momento



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Para o método de Bares, seguindo o procedimento baseado no processo das áreas da NBR 6118 (ABNT, 2023), inicialmente identificou-se o tipo de laje, suas condições de contorno e o parâmetro λ . A partir dessas informações, foram determinados os coeficientes tabelados u_x , u'_x , u_y e u'_y utilizados posteriormente para a obtenção dos momentos fletores da laje.

Os coeficientes com apóstrofo (') representam os momentos negativos, enquanto os coeficientes sem apóstrofo representam os momentos positivos. Assim, u_x fornece o momento positivo na direção do menor vão, enquanto u_y representa o momento positivo na direção do maior vão.

O cálculo dos momentos fletores pelo método de Bares, conforme adaptação apresentada por Libânio M. Pinheiro, baseado no processo das áreas da NBR 6118 (ABNT, 2023), foi realizado a partir da seguinte expressão (Pinheiro, 2007, p. 11-15):

$$M = \mu_i \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad \text{Equação (8)}$$

Onde:

- **M** = momento fletor atuante;
- **μ_i** = coeficiente tabelado de Bares;
- **p** = carga total distribuída da laje;
- **l_x** = menor lado da laje.

Dessa forma, os resultados obtidos pelos dois métodos analíticos foram posteriormente comparados entre si e com os modelos computacionais desenvolvidos no software SAP2000®, permitindo a análise da proximidade entre os métodos clássicos e os resultados numéricos obtidos.

Para as lajes classificadas como unidirecionais, os momentos fletores foram determinados com auxílio do software Ftool. O programa permite a análise estrutural de elementos lineares submetidos a diferentes condições de apoio e carregamentos, possibilitando a obtenção dos esforços internos, como momentos fletores e esforços cortantes.

Neste estudo, as lajes unidirecionais foram representadas como elementos equivalentes de viga, considerando o comportamento predominante na direção principal de trabalho. Para cada modelo analisado, foram consideradas as respectivas condições de apoio e os carregamentos atuantes, incluindo os casos com e sem influência da carga de parede, quando

aplicável. Os momentos fletores positivos e negativos obtidos pelo Ftool foram utilizados posteriormente no dimensionamento das armaduras dessas lajes.

3.2.5 Compatibilização de momentos fletores

Quando as lajes de um pavimento são analisadas separadamente, sem considerar a continuidade existente entre elas, é comum que os momentos fletores negativos obtidos em um mesmo apoio compartilhado entre duas lajes adjacentes apresentem valores distintos.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2023) (item 14.7.6.2), é possível realizar a compatibilização desses momentos negativos nos apoios, buscando representar de forma mais adequada a interação entre as lajes vizinhas. A norma estabelece que, em situações em que as cargas permanentes apresentam maior influência, as lajes podem ser analisadas individualmente, sendo posteriormente realizado um ajuste aproximado dos momentos negativos nos apoios comuns.

Em análises que consideram comportamento plástico, essa adequação pode ser feita por meio da modificação da relação entre os momentos de apoio e os momentos no vão, utilizando um processo iterativo até que os valores apresentem equilíbrio. Como alternativa simplificada, a norma permite a adoção do maior momento negativo entre as lajes, evitando a necessidade de equalização dos esforços.

Na prática de projetos estruturais, utiliza-se frequentemente um procedimento simplificado para realizar essa compatibilização. Nesse método, o momento negativo final adotado entre duas lajes contínuas é determinado considerando uma redução do maior momento ou a média dos valores encontrados, conforme a relação:

$$X_e \geq \begin{cases} 0,8 X_1 \\ \frac{X_1 + X_2}{2} \end{cases} \quad \text{Equação (9)}$$

Sendo X_1 o maior momento negativo e X_2 o menor momento negativo entre as lajes adjacentes.

3.2.6 Determinação das áreas de aço

Após a obtenção dos momentos fletores pelas tabelas de Bares e Czerny, foi realizado o dimensionamento das áreas de aço das lajes.

Para isso, utilizou-se a Tabela A-25, elaborada por Alessandro L. Nascimento e Libânio M. Pinheiro (NASCIMENTO et al., 2003, p. A-25). conforme as prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2003), destinada ao dimensionamento de seções de concreto armado com armaduras em aço CA-50

Inicialmente, foi determinado o coeficiente K_c , a partir dos valores dos momentos fletores obtidos anteriormente e da altura útil das lajes. O cálculo foi realizado pela equação 10:

$$K_c = \frac{100 \cdot d^2}{1,4 \cdot Mk} \quad \text{Equação (10)}$$

Onde:

- **d** = altura útil da laje;
- **Mk** = momento fletor característico;
- **1,4** = coeficiente de majoração das ações.

Com o valor de K_c , foram obtidos na Tabela A-25 os coeficientes β_x e K_s , utilizados para o cálculo das áreas de aço positivas e negativas das lajes, nas direções x e y.

A partir dos valores de K_s obtidos, foram determinadas as áreas de aço necessárias para resistir aos momentos fletores atuantes, conforme a expressão:

$$A_s = K_s \left(\frac{Md}{d} \right) \quad \text{Equação (11)}$$

Onde:

K_s = coeficiente obtido;

Md = momento fletor de cálculo;

d = altura útil da laje.

A NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece coeficientes adicionais γ_n para a majoração dos momentos fletores em lajes em balanço, em função da espessura da laje. Os valores desses coeficientes são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Valores do coeficiente adicional γ_n para lajes em balanço

h (cm)	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

Fonte: Tabela 13.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023)

Onde:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05h \quad \text{Equação (12)}$$

Sendo:

- γ_n = coeficiente adicional de majoração dos esforços solicitantes finais de cálculo nas lajes em balanço;
- h = altura da laje, expressa em centímetros (cm).

O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nas lajes em balanço, quando de seu dimensionamento.

Para as lajes em balanço, foi considerada a majoração adicional do momento de acordo com as recomendações da Tabela 4, utilizando o coeficiente 1,35, associado à espessura adotada da laje. Dessa forma, a área de aço foi determinada pela expressão:

$$A_s = K_s \left(\frac{1,35 * M_d}{d} \right) \quad \text{Equação (13)}$$

Após a determinação das áreas de aço calculadas, foi realizada a verificação da armadura mínima de flexão. Os valores mínimos de armadura passiva aderente foram definidos conforme os critérios estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2023), apresentados na Tabela 5.

Para as armaduras negativas das lajes e para as armaduras positivas das lajes unidirecionais, foi adotado o critério de que a taxa de armadura calculada deve ser maior ou igual à taxa mínima estabelecida pela norma. As taxas mínimas de armadura de flexão utilizadas na verificação foram obtidas conforme a Tabela 6.

Tabela 5 - Valores mínimos para armaduras passivas aderentes

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ de armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{min}$		—

onde

$\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$.

NOTA Os valores de ρ_{min} são definidos em 17.3.5.2.1.

Fonte: Tabela 19.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023)

Tabela 6 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas com seção transversal retangular

f_{ck} MPa	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$\rho_{min} = A_{s,min}/A_c^a$ %	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.															

Fonte: Tabela 13.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023)

Para o concreto classe C25, adotou-se a taxa mínima de armadura de acordo com a Tabela 6, sendo:

$$\rho_s \geq \rho_{min} \quad \text{Equação (14)}$$

Com:

$$\rho_s = 0,15h \quad \text{Equação (15)}$$

Onde h corresponde à espessura da laje em centímetros, resultando na área mínima de aço:

$$A_{s,min} \geq 0,15h \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right) \quad \text{Equação (16)}$$

Para as armaduras positivas das lajes armadas em duas direções, foi adotado o critério:

$$\rho_s \geq 0,67\rho_{min} \quad \text{Equação (17)}$$

Assim, a área mínima de aço foi determinada por:

$$A_{s,min} \geq 0,67 * 0,15h \quad \text{Equação (18)}$$

Dessa forma, as áreas de aço finais adotadas foram definidas considerando o maior valor entre a armadura calculada e a armadura mínima exigida.

Além do dimensionamento das armaduras, foi realizada a verificação da ductilidade das seções, conforme os critérios estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2023). De acordo com a norma, a capacidade de rotação dos elementos estruturais está diretamente relacionada à posição da linha neutra no Estado Limite Último (ELU), sendo maior quanto menor for a relação entre a profundidade da linha neutra (x) e a altura útil da seção (d).

Para garantir o comportamento dúctil das lajes dimensionadas, foi verificado o atendimento à condição estabelecida pela norma para concretos com resistência característica à compressão de até 50 MPa:

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad \text{Equação (19)}$$

Como neste estudo foi adotado concreto classe C25, todas as seções dimensionadas foram verificadas em relação a esse limite, assegurando o comportamento dúctil exigido pela norma. Além disso, para o dimensionamento das armaduras foi adotado o Domínio 2 de deformações, condição em que o aço atinge o escoamento antes do esmagamento do concreto, proporcionando maior segurança e capacidade de deformação à estrutura.

Por fim, os resultados das áreas de aço foram organizados em tabelas, contendo os valores das armaduras positivas e negativas nas direções x e y das lajes, para os métodos de Bares e Czerny, além das lajes unidirecionais.

3.3 Dimensionamento computacional no SAP2000®

Nesta etapa é apresentado o procedimento de modelagem computacional do pavimento no software SAP2000®, utilizado para obtenção dos esforços solicitantes das lajes. A análise computacional permite avaliar o comportamento estrutural considerando as propriedades dos materiais, geometria dos elementos, condições de apoio e carregamentos aplicados,

possibilitando posteriormente a comparação com os resultados obtidos pelos métodos analíticos.

3.3.1 Modelagem estrutural do pavimento (Modelo Tipo 1)

Nesta etapa foi realizada a modelagem computacional do pavimento utilizando o software SAP2000®, com o objetivo de obter os esforços solicitantes e posteriormente comparar os resultados com os métodos analíticos de Bares e Czerny.

Inicialmente, foi adotado o modelo estrutural com vigas e pilares, representando de forma mais próxima o comportamento real da edificação. Esta primeira modelagem considera a presença física das vigas como elementos estruturais responsáveis pela transmissão dos esforços das lajes para os pilares (Modelo Tipo 1). Diferentemente do segundo modelo computacional, no qual serão utilizados apoios discretos nos nós da malha discretizada (Modelo Tipo 2).

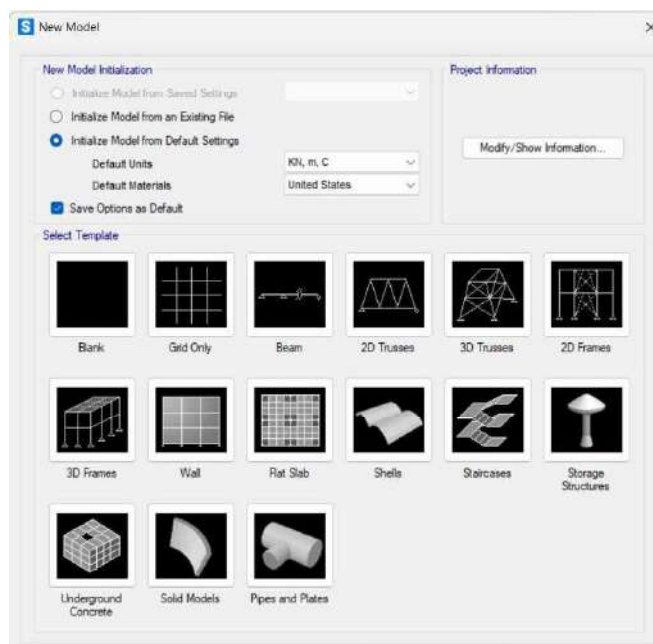
O primeiro procedimento consistiu na definição da máscara estrutural do pavimento, ou seja, na elaboração da planta baixa que serviu de base para toda a modelagem. Essa etapa foi fundamental, pois permitiu a correta visualização da geometria da estrutura e o posicionamento adequado dos elementos estruturais.

Após a definição da planta baixa, realizou-se o lançamento dos eixos estruturais. Na direção vertical, serão adotadas letras sequenciais (A, B, C, ...), enquanto na direção horizontal serão utilizados números em ordem decrescente de cima para baixo. Esses eixos são posicionados nos alinhamentos onde existem vigas, paredes e pilares, funcionando como referência geométrica para a modelagem no software.

Além disso, foi necessário realizar o correto dimensionamento e cotação desses eixos, garantindo maior precisão no lançamento dos elementos estruturais e evitando inconsistências geométricas durante a análise numérica. Essa padronização facilitou tanto a etapa de modelagem quanto a posterior interpretação dos resultados obtidos.

Após a definição e cotação dos eixos, a estrutura foi inserida no SAP2000® por meio da opção *Grid Only* conforme pode observar na Figura 9, que permitiu a criação inicial da malha geométrica de referência antes do lançamento dos elementos estruturais propriamente ditos, como vigas, pilares e lajes.

Figura 9 - Novo modelo SAP2000®



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

3.3.2 Definição dos materiais, seções e condições de apoio

Após a definição da malha estrutural e do lançamento dos eixos no software SAP2000®, iniciou-se a etapa de definição das propriedades dos materiais, das seções estruturais e das condições de apoio do modelo.

Neste trabalho, foi adotado o concreto estrutural classe C25, com resistência característica à compressão de 25 MPa, conforme os critérios estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2023) para estruturas de concreto armado. A definição das propriedades do material concreto no SAP2000® é apresentada na Figura 10, na qual são observados os parâmetros utilizados na caracterização do material para a modelagem computacional.

No SAP2000®, além da resistência do material, também foram definidos parâmetros complementares como o peso específico do concreto armado, adotado como 25 kN/m³ conforme a NBR 6120 (ABNT, 2019), e o coeficiente de dilatação térmica (*thermal expansion*), considerado como $1,0 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, valor usualmente utilizado para estruturas de concreto (ABNT, 2023).

Nessa mesma etapa, foram definidas as seções transversais dos pilares e das vigas, ambas com material em concreto armado. Como esses elementos já foram previamente locados na planta estrutural elaborada no AutoCAD, seu lançamento no SAP2000® foi realizado respeitando exatamente as mesmas posições e alinhamentos definidos anteriormente, garantindo compatibilidade geométrica entre o modelo analítico e o computacional.

Inicialmente, foi feito o lançamento dos pilares, que funcionarão como os principais elementos de transmissão de cargas para a fundação. Em seguida, foram lançadas as vigas nos respectivos eixos estruturais, de acordo com a disposição prevista no projeto, responsáveis por receber os carregamentos das lajes e transferi-los aos pilares.

Posteriormente, foi realizada a definição das seções das lajes. Como o pavimento estudado apresenta lajes com diferentes espessuras, será necessário criar mais de um tipo de seção no software, permitindo a correta representação estrutural de cada painel.

Para a modelagem das lajes, foi utilizado o elemento do tipo *Shell – Thin*, amplamente empregado na análise de lajes maciças por permitir a consideração simultânea dos efeitos de membrana (*membrane*) e flexão (*bending*), proporcionando uma representação mais realista do comportamento estrutural da laje. Todas as lajes foram definidas com material em concreto C25 e com espessuras compatíveis com aquelas previamente determinadas no pré-dimensionamento analítico.

Por fim, foram inseridos apoios de segundo gênero na base dos pilares, com o objetivo de simular as condições de vinculação da estrutura com a fundação, restringindo os deslocamentos translacionais e permitindo a adequada transferência dos esforços para os elementos de suporte.

Essa etapa foi fundamental para garantir que o modelo computacional represente de forma fiel o comportamento estrutural real da edificação, permitindo que os resultados obtidos apresentem maior confiabilidade para a posterior comparação com os métodos analíticos.

Figura 10 - Definição das propriedades do Concreto no SAP2000®

The screenshot shows the 'Material Property Data' dialog box in SAP2000. The 'General Data' section includes 'Material Name and Display Color' (C25 with a red color swatch), 'Material Type' (Concrete), 'Material Grade' (empty), and 'Material Notes' (with a 'Modify/Show Notes...' button). The 'Weight and Mass' section has 'Weight per Unit Volume' (25,000) and 'Mass per Unit Volume' (2,5493). The 'Units' dropdown is set to 'KN, m, C'. The 'Isotropic Property Data' section includes 'Modulus Of Elasticity, E' (28000000,0), 'Poisson, U' (0,2), 'Coefficient Of Thermal Expansion, A' (1,000E-05), and 'Shear Modulus, G' (11666667,0). The 'Other Properties For Concrete Materials' section includes 'Specified Concrete Compressive Strength, f_c' (25000,0), 'Expected Concrete Compressive Strength' (25000,0), and an unchecked checkbox for 'Lightweight Concrete' with a 'Shear Strength Reduction Factor' field. At the bottom, there is an unchecked checkbox for 'Switch To Advanced Property Display' and 'OK' and 'Cancel' buttons.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

3.3.3 Aplicação das cargas e combinações

Após o lançamento dos elementos estruturais no software SAP2000®, foi realizada a definição das cargas atuantes e das combinações de ações, seguindo os mesmos critérios adotados no dimensionamento analítico, de modo a garantir a compatibilidade entre os métodos comparados.

As ações consideradas no modelo estrutural foram classificadas em cargas permanentes e cargas variáveis (acidentais), conforme os critérios estabelecidos pela NBR 6120 (ABNT, 2019) e pela NBR 6118 (ABNT, 2023).

Inicialmente, foi considerada a carga do tipo *Dead*, correspondente ao peso próprio da estrutura. No SAP2000®, essa carga pode ser calculada automaticamente pelo próprio software, com base nas propriedades dos materiais previamente definidos, especialmente o peso específico do concreto armado, adotado como 25 kN/m³.

Além do peso próprio, também foram lançadas as cargas permanentes adicionais, compostas pelo contrapiso, revestimento cerâmico e carga de parede. O contrapiso, formado pela camada de argamassa utilizada para regularização da superfície, e o revestimento, responsável pelo acabamento da laje, foram aplicados como cargas uniformemente distribuídas sobre os painéis de laje, sendo classificados como ações permanentes por permanecerem ao longo de toda a vida útil da estrutura.

A carga de parede foi inserida como carga linear distribuída sobre as vigas ou diretamente sobre a região correspondente da laje, conforme a configuração estrutural adotada. Para isso, foi considerado o peso específico da alvenaria de 13 kN/m³, com espessura de 13 cm e altura de 2,80 m, conforme definido anteriormente no cálculo analítico. Dessa forma, a carga linear da parede foi obtida pelo produto entre peso específico, espessura e altura da parede.

A sobrecarga de utilização (SCU) foi lançada como carga acidental (*Live Load*), variando de acordo com a função de uso de cada ambiente, conforme estabelecido pela NBR 6120 (ABNT, 2019). Quando uma mesma laje atende dois ambientes distintos, foi adotado o maior valor de sobrecarga entre eles, visando maior segurança no dimensionamento estrutural.

Após a definição individual de todas as ações, foi criada a combinação de carregamento a ser utilizada na análise estrutural. Essa combinação reuniu todas as cargas permanentes e variáveis necessárias para a obtenção dos esforços solicitantes, permitindo posteriormente a análise dos momentos fletores e dimensionamento das armaduras. A definição da combinação de carregamento utilizada na análise estrutural no SAP2000® é apresentada na Figura 11.

Essa etapa foi essencial para garantir que o modelo computacional represente adequadamente as solicitações reais atuantes sobre a estrutura, possibilitando uma comparação confiável com os resultados obtidos pelos métodos analíticos.

Figura 11 – Atribuição de combinação de cargas no SAP2000®

Load Combination Data

Load Combination Name (User-Generated) **COMB1**

Notes **Modify/Show Notes...**

Load Combination Type **Linear Add**

Options

Convert to User Load Combo **Create Nonlinear Load Case from Load Combo**

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Mode	Scale Factor
DEAD	Linear Static		1.0
DEAD	Linear Static		1.0
CARGA ACIDENTAL	Linear Static		1.0
CARGA PERMANENTE	Linear Static		1.0
CARGA PAREDE	Linear Static		1.0

Add **Modify** **Delete**

OK **Cancel**

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

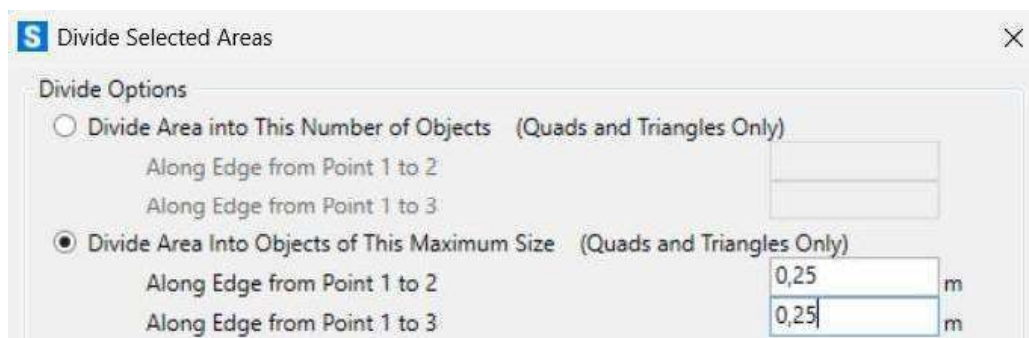
3.3.4 Discretização

Após a conclusão da modelagem estrutural e da definição de todas as propriedades e carregamentos no software SAP2000®, procede-se à definição das dimensões da malha dos elementos finitos aplicada às lajes. Essa etapa tem como objetivo garantir a adequada discretização do modelo, permitindo uma representação mais precisa da distribuição dos esforços.

Para este estudo, as lajes foram discretizadas em elementos de malha com dimensões de $0,25 \times 0,25$ m. A adoção dessa subdivisão busca proporcionar maior refinamento na análise numérica, possibilitando melhor representação do comportamento estrutural das lajes e da distribuição dos momentos fletores ao longo do pavimento. O procedimento de discretização dos elementos de laje no SAP2000® é apresentado na Figura 12, na qual é ilustrada a definição da malha de elementos finitos do tipo Shell.

A discretização adequada da malha é fundamental para a obtenção de resultados mais consistentes, uma vez que influencia diretamente na precisão da análise realizada pelo método dos elementos finitos.

Figura 12 – Discretizar o elemento finito (Shell) no SAP2000®



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

3.3.5 Análise dos esforços solicitantes

Com a malha devidamente definida, inicia-se a etapa de análise dos esforços solicitantes, na qual foram avaliados os resultados obtidos a partir do processamento do modelo estrutural.

Para isso, foi executado o processamento do modelo por meio do comando *Run Analysis* (*Run Now*), no qual o software realiza os cálculos estruturais com base nas dimensões, propriedades dos materiais, condições de contorno e carregamentos previamente definidos. Esse procedimento permitiu a análise global da estrutura, considerando a interação entre seus elementos estruturais.

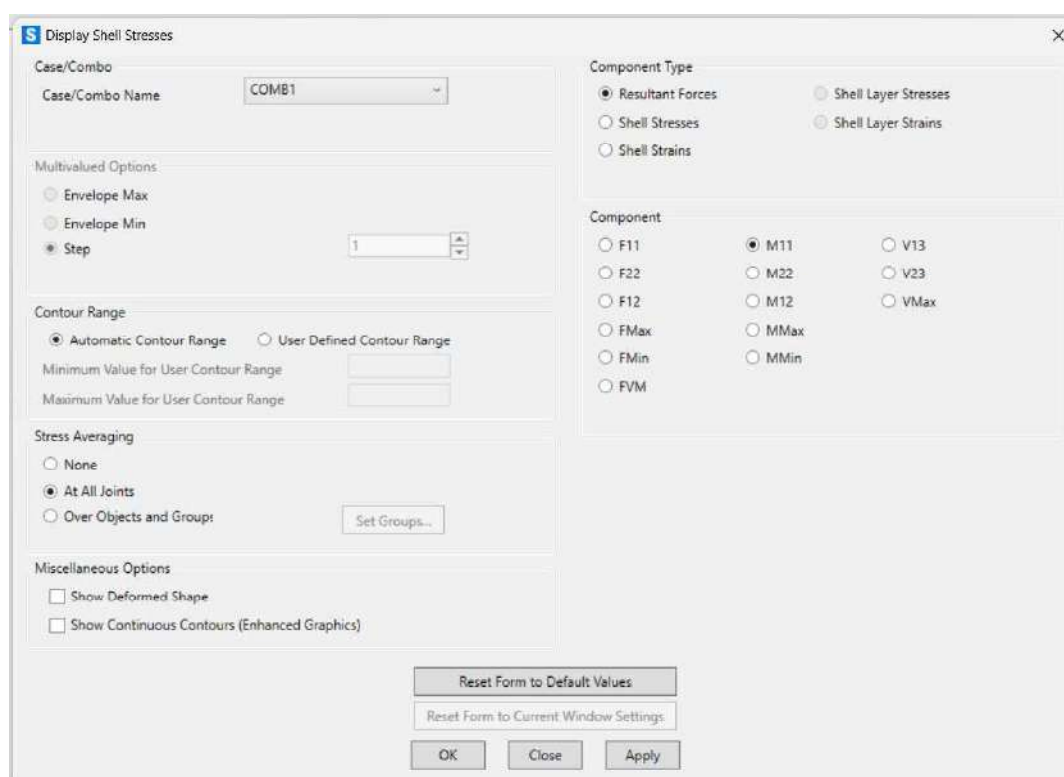
Após a execução da análise, o software disponibilizou os resultados por meio de ferramentas de visualização, como a opção *Show Forces/Stresses*, que permitiu a interpretação dos esforços atuantes nos elementos estruturais. Neste trabalho, a análise foi focada exclusivamente nos esforços das lajes, embora o programa também possibilite a avaliação de vigas, pilares e demais componentes estruturais. A visualização dos esforços solicitantes obtidos no processamento do modelo computacional é apresentada na Figura 13, utilizando a ferramenta *Show Forces/Stresses* disponível no SAP2000®.

Os momentos fletores nas lajes foram apresentados no SAP2000® por meio dos parâmetros M11 e M22. O momento M11 corresponde à direção local 1 do elemento de casca

(*shell*), associado à direção do eixo x da laje, enquanto o momento M22 à direção local 2, associada ao eixo y. Esses momentos representaram os esforços fletores por unidade de largura nas respectivas direções, sendo fundamentais para o posterior dimensionamento das armaduras.

Dessa forma, os resultados obtidos nesta etapa serviram de base para a comparação com os métodos analíticos anteriormente apresentados, permitindo avaliar as diferenças e aproximações entre as abordagens.

Figura 13 - Exibir esforços na laje no SAP2000®



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

3.3.6 Substituição das vigas por apoios nodais (Modelo Tipo 2)

Nesta etapa foi desenvolvida a segunda modelagem computacional, com o objetivo de obter resultados adicionais para a comparação final entre os métodos analisados.

A partir do modelo estrutural previamente definido no software SAP2000®, foi realizada a substituição das vigas por apoios nodais distribuídos ao longo do contorno das lajes. Essa

modificação teve como finalidade aproximar o modelo computacional das hipóteses adotadas nos métodos analíticos de Bares e Czerny, que consideram condições de contorno ideais.

Os apoios foram inseridos nos nós da malha, simulando as condições de vinculação das bordas das lajes. Nos trechos considerados engastados, foram adotados vínculos equivalentes ao engaste, enquanto nas bordas simplesmente apoiadas foram utilizados apoios de segundo gênero. Dessa forma, buscou-se representar de maneira mais direta o comportamento teórico das lajes.

Ressalta-se que todas as demais características do modelo, como geometria, propriedades dos materiais, espessuras das lajes e carregamentos, foram mantidas inalteradas, garantindo que a única variável modificada fosse a condição de apoio.

Após essa alteração, o modelo foi novamente processado, permitindo a realização de uma nova análise dos esforços solicitantes nas lajes. Com isso, foram obtidos quatro conjuntos de resultados distintos: métodos analíticos de Bares e Czerny. O modelo computacional com vigas (representando o comportamento mais próximo da realidade) e modelo com apoios nodais (aproximação teórica).

3.3.7 Determinação das áreas de aço

Após a análise dos esforços solicitantes, procedeu-se à determinação das áreas de aço das lajes por meio das ferramentas de dimensionamento disponíveis no software SAP2000®.

Inicialmente, foi definido o material da armadura. Para isso, foi criado um material do tipo rebar, destinado à representação de barras de aço para concreto armado. Foi adotado o aço CA-50, com peso específico de $78,5 \text{ kN/m}^3$, massa específica de $8,0 \text{ t/m}^3$, módulo de elasticidade de $2,10 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ e coeficiente de dilatação térmica de $1,2 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. A definição das propriedades do material da armadura no SAP2000® é apresentada na Figura 14, na qual são indicados os parâmetros utilizados para a representação do aço CA-50 no modelo computacional.

Figura 14 - Definição de propriedades do material CA-50 no SAP2000®

The screenshot shows the 'Material Property Data' dialog box in SAP2000. The dialog is organized into several sections:

- General Data:**
 - Material Name and Display Color: CA-50 (with a yellow color swatch)
 - Material Type: Rebar (dropdown menu)
 - Material Grade: (empty text field)
 - Material Notes: (button labeled 'Modify/Show Notes...')
- Weight and Mass:**
 - Weight per Unit Volume: 78,5
 - Mass per Unit Volume: 8,0048
- Units:**
 - Units: KN, m, C (dropdown menu)
- Uniaxial Property Data:**
 - Modulus Of Elasticity, E: 2,190E+08
 - Poisson, U: 0,3
 - Coefficient Of Thermal Expansion, A: 1,200E-05
 - Shear Modulus, G: (empty text field)
- Other Properties For Rebar Materials:**
 - Minimum Yield Stress, Fy: 500000,
 - Minimum Tensile Stress, Fu: 550000,
 - Expected Yield Stress, Fye: 500000,
 - Expected Tensile Stress, Fue: 550000,

At the bottom of the dialog, there is a checkbox labeled 'Switch To Advanced Property Display' which is currently unchecked. Below the checkbox are 'OK' and 'Cancel' buttons.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Após a definição do material, foram configurados os parâmetros de dimensionamento das lajes na opção Concrete Shell Section Design Parameters. Nessa etapa, foi associado o material da armadura CA-50 ao parâmetro Rebar Material, além da definição do cobrimento nominal das armaduras, adotado como 2,5 cm (0,025 m).

A definição do material da armadura e do cobrimento nominal utilizados no dimensionamento das lajes no SAP2000® é apresentada na Figura 15.

Figura 15 - Definição do material da armadura e cobrimento nominal no SAP2000®

Concrete Shell Section Design Parameters

Section Name: H07

Rebar Material
Material: CA-50

Rebar Layout Options
☐ Default - 10% of shell thickness for top and
☐ One Layer - at the middle of the shell section
☒ Two Layers

Cover to Centroid of Steel
 Top Bar - Direction 1: 0,025
 Top Bar - Direction 2: 0,025
 Bottom Bar - Direction 1: 0,025
 Bottom Bar - Direction 2: 0,025

OK Cancel

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Em seguida, foi definida a norma de dimensionamento utilizada pelo software para o cálculo das armaduras. Para este estudo, adotou-se a norma ACI 350-20. A seleção da norma de dimensionamento utilizada pelo software é apresentada na Figura 16.

Figura 16 - Seleção da norma ACI 350-20 no SAP2000®

Concrete Shell Design Preferences for ACI 350-20

Item	Value
1 Design Code	ACI 350-20
2 Multi-Response Case Design	Envelopes
3 Consider Environmental Durability fac...	Yes
4 Consider Shear Design?	Yes
5 Shear Design Method	Method 1
6 Col(Theta)	1
7 Add Tensile Force due to Shear	Yes

Set To Default Values: All Items, Selected Items

Reset To Previous Values: All Items, Selected Items

Explanation of Color Coding for Values
 Blue: Default Value
 Black: Not a Default Value
 Red: Value that has changed during the current session

OK Cancel

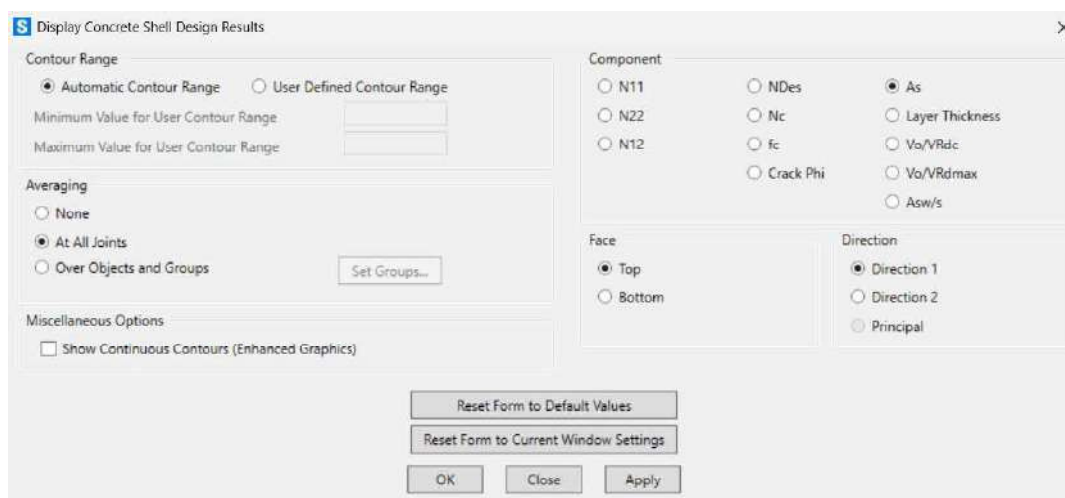
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Posteriormente, foram configuradas as combinações de carregamento a serem consideradas no dimensionamento das armaduras, utilizando a opção Design Requests, na qual foram selecionadas as combinações previamente definidas para análise estrutural.

Por fim, após a execução do dimensionamento, os resultados das áreas de aço foram obtidos por meio da ferramenta Display Design Info, que permite visualizar as armaduras requeridas para cada elemento de laje.

Nessa etapa, foi possível analisar as áreas de aço superiores e inferiores, bem como as armaduras correspondentes às direções 1 e 2 da laje, associadas aos eixos locais do elemento finito. A visualização das áreas de aço requeridas para os elementos de laje no SAP2000® é apresentada na Figura 17.

Figura 17 - Exibir áreas de aço requeridas nas lajes no SAP2000®



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Os resultados obtidos foram posteriormente organizados em tabelas, contendo as áreas de aço positivas e negativas nas duas direções da laje, possibilitando sua comparação com os valores determinados pelos métodos analíticos de Bares e Czerny.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos pelos métodos analíticos e computacionais adotados neste estudo, bem como a comparação entre eles. Inicialmente, são apresentadas as características geométricas das lajes analisadas, incluindo o pré-dimensionamento, a definição dos vãos efetivos e a classificação quanto ao comportamento estrutural. Em seguida, são apresentados os carregamentos considerados, os momentos fletores obtidos pelos métodos de Bares e Czerny.

Posteriormente, são analisadas as áreas de aço resultantes do dimensionamento das armaduras, permitindo avaliar as diferenças entre os procedimentos adotados. Por fim, são realizadas as comparações entre os resultados analíticos e computacionais, discutindo a influência das diferentes formas de modelagem estrutural no comportamento das lajes e nos valores finais obtidos.

4.1 Pré-dimensionamento e caracterização das lajes.

4.1.1 Determinação dos vãos efetivos, direção de trabalho e parâmetro λ

A partir da geometria do pavimento e da disposição das vigas de apoio, foram definidos os vãos efetivos das lajes, possibilitando a obtenção das dimensões l_x e l_y de cada painel estrutural.

Com os valores dos vãos previamente determinados, realizou-se a classificação das lajes quanto à direção de trabalho por meio da análise do parâmetro λ . Dessa forma, as lajes foram classificadas como bidirecionais ou unidirecionais conforme a relação entre seus vãos.

As lajes com $\lambda \leq 2$ foram consideradas bidirecionais, enquanto aquelas com $\lambda > 2$ foram classificadas como unidirecionais. Destaca-se que a Laje 8 foi adotada como unidirecional devido à sua condição de balanço. Ao todo, das 11 lajes analisadas, 4 foram classificadas como unidirecionais (L4, L7, L8 e L9) e 7 como bidirecionais (L1, L2, L3, L5, L6, L10 e L11).

Os valores dos vãos efetivos, do parâmetro λ e da classificação das lajes estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Vãos efetivos das lajes (m)

Laje	l_x	l_y	λ	Observação
L1	4,00	5,60	1,40	laje bidirecional
L2	4,00	4,87	1,22	laje bidirecional
L3	2,53	4,00	1,58	laje bidirecional
L4	1,80	6,20	3,44	laje unidirecional
L5	5,60	6,20	1,11	laje bidirecional
L6	4,87	6,20	1,27	laje bidirecional
L7	2,53	6,20	2,45	laje unidirecional
L8	1,60	-	-	laje unidirecional
L9	3,60	7,40	2,06	laje unidirecional
L10	3,60	4,87	1,35	laje bidirecional
L11	2,53	3,60	1,42	laje bidirecional

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

4.1.2 Determinação da altura da laje

Após a definição dos vãos efetivos e da direção de trabalho das lajes, foram determinados os valores da altura útil e da altura total de cada painel, conforme os critérios apresentados na metodologia do trabalho.

Para o cálculo da altura útil, considerou-se o número de bordas engastadas de cada laje e o menor valor entre l_x e 70% de l_y . Em seguida, foi determinada a altura total das lajes considerando o cobrimento nominal e o diâmetro estimado das armaduras.

Como o diâmetro das barras ainda não era conhecido nesta etapa do dimensionamento, adotou-se inicialmente o valor estimado de 10 mm para a armadura. Para o cobrimento nominal, foi utilizado o valor de 2,5 cm, de acordo com a Classe de Agressividade Ambiental II.

Após a obtenção dos valores, a altura total das lajes foi arredondada para o número inteiro imediatamente superior. Destaca-se que, para a Laje 4, foi adotada altura de 8 cm, por corresponder à espessura mínima recomendada para lajes não em balanço. Já para a Laje 8, foi adotada altura de 12 cm, devido ao fato de a laje estar em balanço.

Os valores obtidos para cada laje estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Pré-dimensionamento da altura da laje

Laje	lx	ly	λ	Observação	I*	n	d (cm)	h (cm)	h (cm)
L1	4,00	5,60	1,40	laje bidirecional	3,92	2	9,02	11,07	12,00
L2	4,00	4,87	1,22	laje bidirecional	3,41	3	7,50	9,55	10,00
L3	2,53	4,00	1,58	laje bidirecional	2,53	2	5,82	7,87	8,00
L4	1,80	6,20	3,44	laje unidirecional	1,80	2	4,14	6,19	7,00
L5	5,60	6,20	1,11	laje bidirecional	4,34	4	9,11	11,16	12,00
L6	4,87	6,20	1,27	laje bidirecional	4,34	4	9,11	11,16	12,00
L7	2,53	6,20	2,45	laje unidirecional	2,53	3	5,57	7,62	8,00
L8	1,60	-	-	laje unidirecional	-	1	-	12,00	12,00
L9	3,60	7,40	2,06	laje unidirecional	3,60	2	8,28	10,33	11,00
L10	3,60	4,87	1,35	laje bidirecional	3,41	3	7,50	9,55	10,00
L11	2,53	3,60	1,42	laje bidirecional	2,52	2	5,80	7,85	8,00

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

4.2 Determinação das ações atuantes

4.2.1 Cargas permanentes

Inicialmente, foram determinadas as cargas permanentes atuantes nas lajes. Para isso, considerou-se o peso próprio das lajes, obtido a partir da multiplicação da altura de cada laje pelo peso específico do concreto armado, adotado como 25 kN/m³.

Além do peso próprio, foi considerado um revestimento cerâmico com carga distribuída de 0,15 kN/m². Também foi adotado contrapiso com espessura de 2,5 cm e peso específico da argamassa igual a 21 kN/m³, resultando em uma carga de:

$$q_{contrapiso} = 0,025 \times 21 = 0,53 \text{ kN/m}^2$$

Os valores referentes às cargas distribuídas nas lajes estão apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 - Ações atuantes na laje

Laje	h (cm)	h (m)	Peso Próprio (kN/m ²)	Revestimento (kN/m ²)	Contrapiso (kN/m ²)
L1	12,00	0,12	3,00	0,15	0,53
L2	10,00	0,10	2,50	0,15	0,53
L3	8,00	0,08	2,00	0,15	0,53
L4	7,00	0,07	1,75	0,15	0,53
L5	12,00	0,12	3,00	0,15	0,53
L6	12,00	0,12	3,00	0,15	0,53
L7	8,00	0,08	2,00	0,15	0,53
L8	12,00	0,12	3,00	0,15	0,53
L9	11,00	0,11	2,75	0,15	0,53
L10	10,00	0,10	2,50	0,15	0,53
L11	8,00	0,08	2,00	0,15	0,53

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Além das cargas distribuídas, também foi considerada a carga proveniente das paredes de alvenaria. Para isso, o cálculo foi dividido em duas situações: lajes bidirecionais e lajes unidirecionais.

4.2.2 Carga de parede em lajes bidirecionais

Para as lajes bidirecionais, inicialmente foi determinada a área de cada painel a partir das dimensões l_x e l_y . Em seguida, definiu-se o comprimento da parede apoiada sobre cada laje, possibilitando a obtenção da carga distribuída equivalente da alvenaria.

No cálculo, considerou-se alvenaria com peso específico de 13 kN/m^3 , espessura de $0,13 \text{ m}$ e altura de $2,80 \text{ m}$, conforme os parâmetros previamente definidos para o estudo.

Os valores obtidos para as cargas de parede atuantes nas lajes bidirecionais estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Carga de parede em laje bidirecional

Laje	l_x (m)	l_y (m)	Área (m^2)	Comprimento L (m)	Carga de Parede (kN/m^2)
L2	4,00	4,87	19,48	3,80	0,92
L5	5,60	6,20	34,72	8,50	1,16
L6	4,87	6,20	30,19	4,85	0,76
L10	3,60	4,87	17,53	3,40	0,92

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

4.2.3 Carga de parede em lajes unidirecionais

Para as lajes unidirecionais, considerou-se inicialmente o menor vão da laje l_x e o comprimento da parede apoiada sobre o painel estrutural. A partir desses parâmetros, foi determinado o peso da parede e, posteriormente, a carga distribuída equivalente atuante sobre a laje.

No cálculo, adotou-se alvenaria com peso específico de 13 kN/m^3 , espessura de $0,13 \text{ m}$ e altura de $2,80 \text{ m}$, considerando-se esses parâmetros para a determinação das cargas permanentes atuantes nas lajes.

Os valores obtidos para as cargas de parede atuantes nas lajes unidirecionais estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 - Carga de parede em laje unidirecional

Laje	lx (m)	Comprimento L (m)	Carga de Parede (kN/m ²)
L4	1,80	1,60	3,51
L7	2,53	2,33	2,58
L9	3,60	3,40	1,86

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Após a determinação de todas as cargas permanentes atuantes nas lajes, foi obtida a carga permanente total de cada painel estrutural, considerando a soma do peso próprio, revestimento, contrapiso e carga de parede.

Nas lajes unidirecionais, foram adotados dois valores distintos de carregamento permanente: um referente à região influenciada pela presença da parede e outro correspondente à região sem influência da alvenaria. Dessa forma, os painéis foram divididos em regiões com e sem atuação da carga de parede.

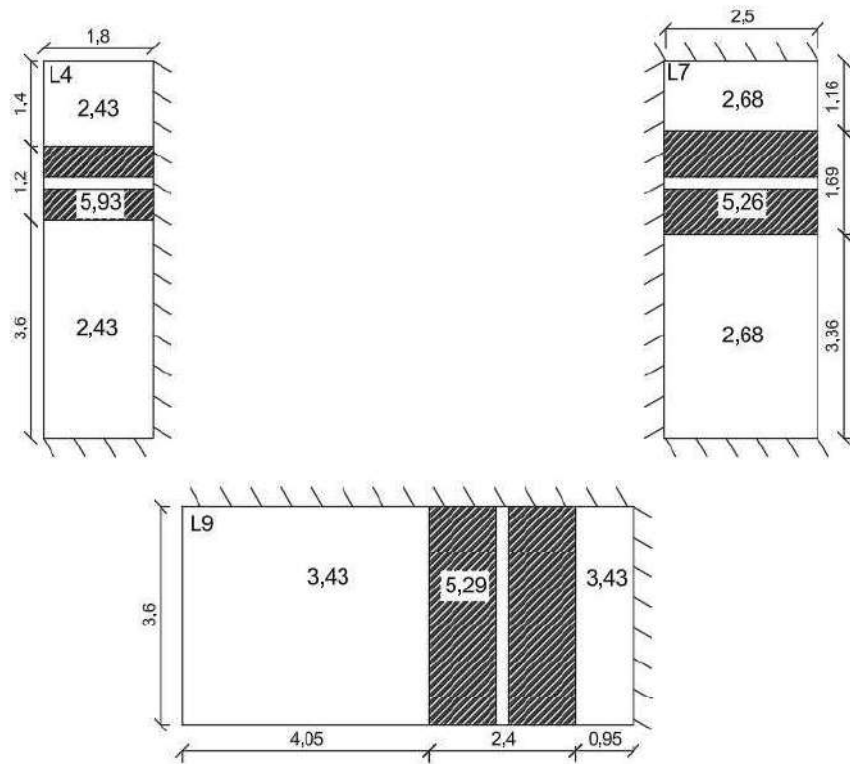
A região influenciada pela carga da parede foi definida a partir da largura de distribuição estabelecida anteriormente no item 3.2.3. A área de influência considerada para a distribuição da carga da parede é ilustrada na Figura 18. Os valores finais das cargas permanentes totais das lajes estão apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 - Cargas de paredes totais

Laje	Com carga de parede (kN/m ²)	Sem carga de parede (kN/m ²)
L1	3,68	-
L2	4,10	-
L3	2,68	-
L4	5,93	2,43
L5	4,83	-
L6	4,44	-
L7	5,26	2,68
L8	3,68	3,68
L9	5,29	3,43
L10	4,09	-
L11	2,68	-

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 18 - Área de influência da parede



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

4.2.4 Cargas acidentais

Por fim, foi adicionada a sobrecarga de utilização, adotada conforme os critérios estabelecidos pela NBR 6120 (ABNT, 2019). Nos casos em que a laje separava dois ambientes distintos, foi adotada a maior sobrecarga entre os cômodos, visando maior segurança estrutural.

Assim, a carga total atuante nas lajes foi determinada pela soma entre cargas permanentes e sobrecarga de utilização. Para as lajes unidirecionais, também foram considerados valores distintos de carga total nas regiões com e sem influência da parede.

Os valores finais das cargas totais estão apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 - Ações atuantes nas lajes

Laje	Com carga de parede (kN/m ²)	Sem carga de parede (kN/m ²)	Sobrecarga (kN/m ²)	Cômodo	Carga total (kN/m ²)	Carga Total sem Parede (kN/m ²)
L1	3,68	-	1,50	cozinha	5,18	-
L2	4,10	-	1,50	quarto e sanitário	5,60	-
L3	2,68	-	1,50	quarto	4,18	-
L4	5,93	2,43	2,00	área de serviço	7,93	4,43
L5	4,83	-	2,00	sala de jantar e área de serviço	6,83	-
L6	4,44	-	1,50	sala e sala de jantar	5,94	-
L7	5,26	2,68	2,50	escritório e quarto	7,76	5,18
L8	3,68	3,68	2,50	varanda	6,18	6,18
L9	5,29	3,43	1,50	quarto e sanitário	6,79	4,93
L10	4,09	-	1,50	quarto e sanitário	5,59	-
L11	2,68	-	1,50	quarto	4,18	-

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

4.3 Análise estrutural pelo Método de Bares e Czerny.

4.3.1 Determinação dos momentos fletores.

Inicialmente, foram determinados os momentos fletores das lajes bidirecionais por meio do método de Bares. Posteriormente, os mesmos painéis foram analisados pelo método de Czerny, permitindo a comparação entre os resultados obtidos pelos dois procedimentos analíticos.

Para a aplicação do método de Bares, utilizou-se a classificação de cada laje e os respectivos valores do parâmetro λ , definidos anteriormente. A partir desses dados, foram obtidos os coeficientes tabelados correspondentes aos momentos positivos e negativos nas direções x e y.

Com base nos coeficientes e nos carregamentos previamente determinados, foram calculados os momentos fletores positivos e negativos de cada painel bidirecional.

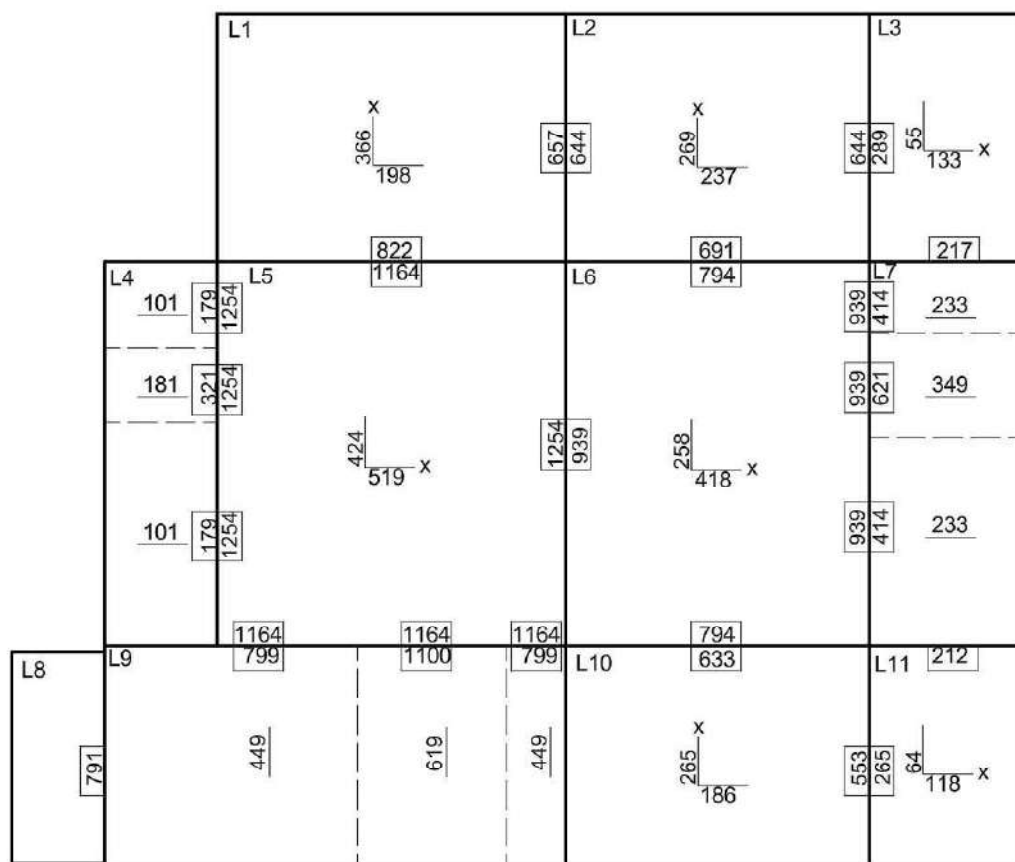
Os resultados obtidos pelo método de Bares são apresentados na Tabela 14 e ilustrados na Figura 19.

Tabela 14 - Momentos fletores Bares (kN.m/m).

Laje	Tipo	lx (m)	Carga Total	λ	ux	u'x	uy	u'y	Mx	M'x	My	M'y
L1	3	4,00	5,18	1,40	4,42	9,93	2,39	7,94	3,66	8,22	1,98	6,57
L2	5A	4,00	5,60	1,22	3,00	7,72	2,65	7,19	2,69	6,91	2,37	6,44
L3	3	2,53	4,18	1,58	4,99	10,82	2,07	8,12	1,33	2,89	0,55	2,17
L5	6	5,60	6,83	1,11	2,42	5,85	1,98	5,43	5,19	12,54	4,24	11,64
L6	6	4,87	5,94	1,27	2,97	6,67	1,83	5,64	4,18	9,39	2,58	7,94
L10	5A	3,60	5,59	1,35	3,66	8,74	2,57	7,63	2,65	6,33	1,86	5,53
L11	3	2,53	4,18	1,42	4,42	9,93	2,39	7,94	1,18	2,65	0,64	2,12

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 19 - Distribuição dos momentos fletores obtidos pelo método de Bares (kN.cm/m).



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

De forma semelhante, para o método de Czerny foram utilizados os tipos de laje e os respectivos valores de λ , possibilitando a obtenção dos coeficientes necessários para a determinação dos momentos fletores.

A partir da aplicação dos coeficientes tabelados aos carregamentos atuantes em cada painel, foram obtidos os momentos positivos e negativos nas direções x e y.

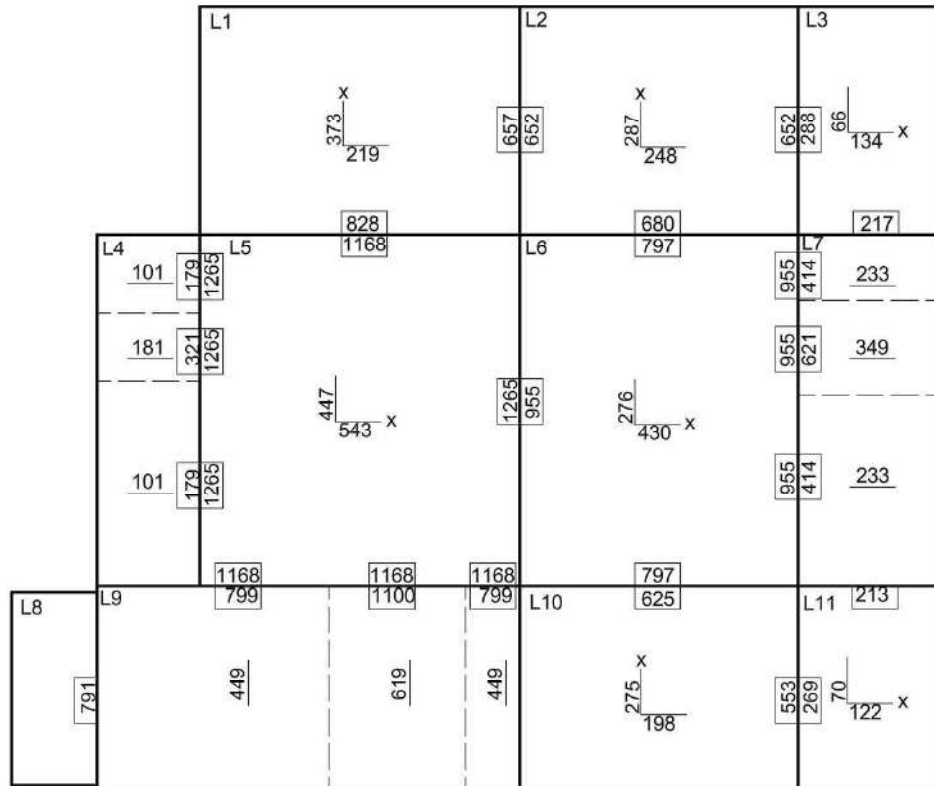
Os resultados calculados pelo método de Czerny são apresentados na Tabela 15 e ilustrados na Figura 20.

Tabela 15 - Momentos fletores Czerny (kN.m/m).

Laje	Tipo	lx (m)	Carga Total	λ	α_x	α_y	β_x	β_y	Mx	M'x	My	M'y
L1	3	4,00	5,18	1,40	22,20	37,80	10,00	12,60	3,73	8,28	2,19	6,57
L2	5A	4,00	5,60	1,22	31,18	36,16	13,18	13,74	2,87	6,80	2,48	6,52
L3	3	2,53	4,18	1,58	19,90	40,20	9,28	12,30	1,34	2,88	0,66	2,17
L5	6	5,60	6,83	1,11	39,46	47,90	16,94	18,34	5,43	12,65	4,47	11,68
L6	6	4,87	5,94	1,27	32,76	50,98	14,74	17,66	4,30	9,55	2,76	7,97
L10	5A	3,60	5,59	1,35	26,40	36,60	11,60	13,10	2,75	6,25	1,98	5,53
L11	3	2,53	4,18	1,42	21,88	38,32	9,92	12,56	1,22	2,69	0,70	2,13

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 20 - Distribuição dos momentos fletores obtidos pelo método de Czerny (kN.cm/m).



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

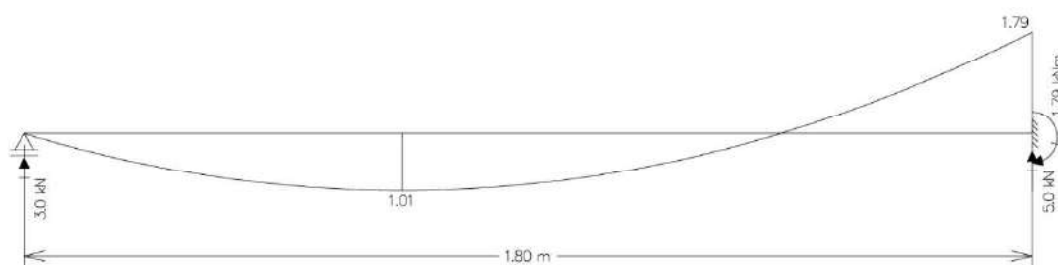
Para as lajes classificadas como unidirecionais, os momentos fletores foram determinados com o auxílio do software Ftool. Em cada modelo foram consideradas as respectivas condições de apoio e os carregamentos atuantes, incluindo os casos com e sem influência da carga de parede, quando aplicável.

As análises realizadas permitiram a obtenção dos momentos positivos e negativos utilizados posteriormente no dimensionamento das armaduras.

Os modelos estruturais adotados para as lajes unidirecionais estão apresentados nas Figuras 21 e 22 para a Laje 4, nas Figuras 23 e 24 para a Laje 7 e nas Figuras 25 e 26 para a Laje 9. Em cada caso são mostradas as situações com e sem a influência da carga de parede, permitindo avaliar o efeito desse carregamento nos momentos fletores obtidos.

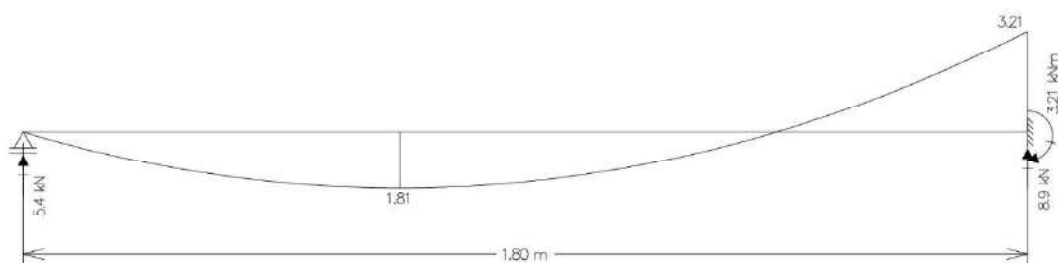
Além dessas lajes, foi analisada a Laje 8 na Figura 27, classificada como laje em balanço. Devido às suas características geométricas e às condições de apoio, ela foi modelada individualmente no Ftool, considerando a condição de engaste em uma extremidade e extremidade livre na outra, permitindo a determinação dos momentos fletores necessários para o dimensionamento das armaduras correspondentes.

Figura 21 - Mom. fletor da Laje 4. Carga total de 4,43 kN/m (sem carga de parede)



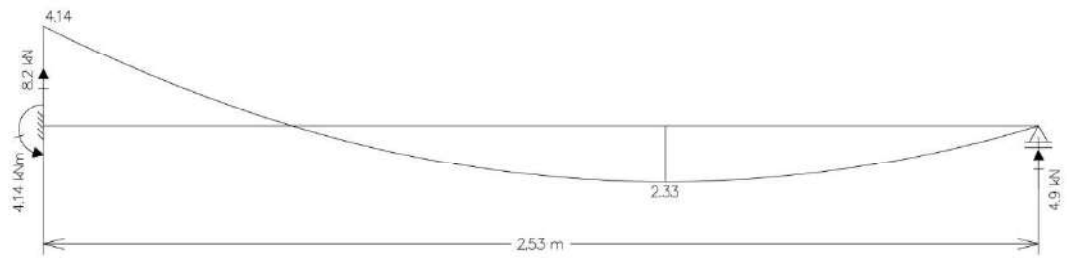
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 22 – Mom. fletor da Laje 4. Carga total de 7,93 kN/m (com carga de parede)



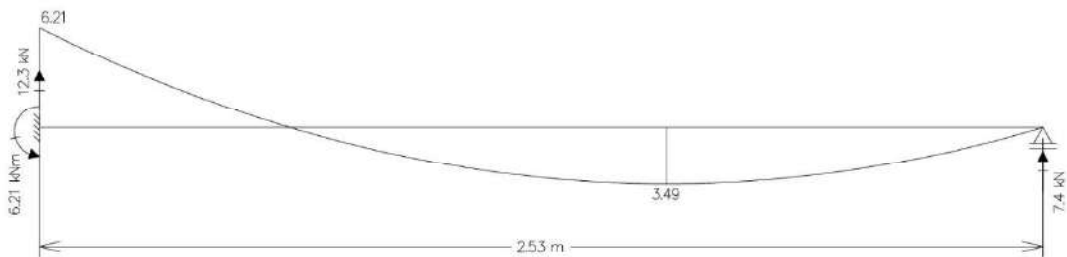
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 23 – Mom. fletor da Laje 7. Carga total de 5,18 kN/m (sem carga de parede)



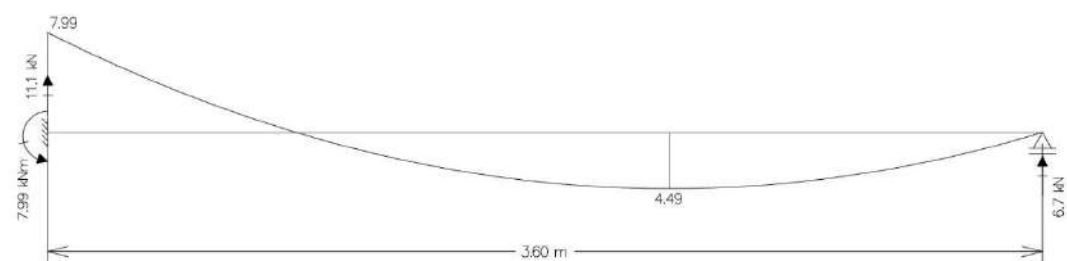
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 24 – Mom. fletor da Laje 7. Carga total de 7,76 kN/m (com carga de parede)



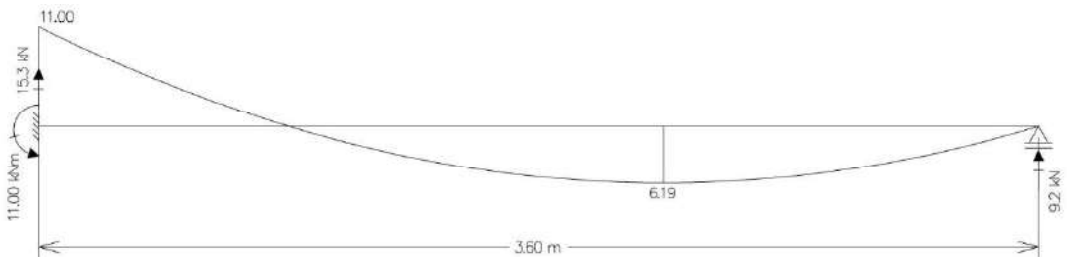
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 25 – Mom. fletor da Laje 9. Carga total de 4,93 kN/m (sem carga de parede)



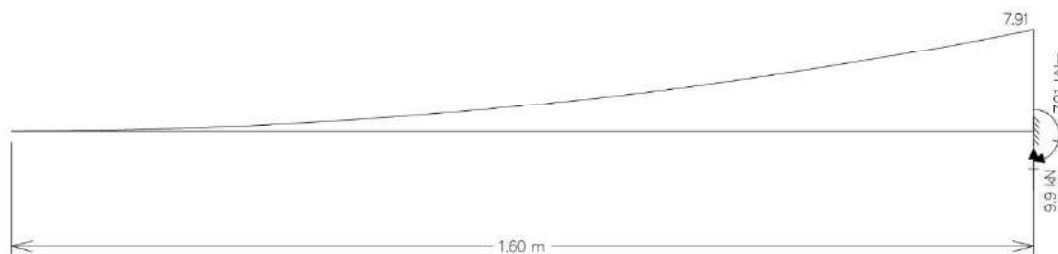
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 26 – Mom. fletor da Laje 9. Carga total de 6,79 kN/m (com carga de parede)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 27 – Mom. fletor da Laje 8. Carga total de 6,18 kN/m (balanço)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

4.3.2 Compatibilização de momentos fletores

Para a compatibilização dos momentos fletores negativos, foi adotado um procedimento simplificado entre lajes adjacentes. Inicialmente, foi identificado o maior momento fletor negativo entre as duas lajes analisadas, sendo aplicado o fator de redução de 0,80 (80%). Em seguida, foi calculada a média dos momentos fletores negativos das lajes envolvidas. O momento compatibilizado adotado correspondeu ao maior valor entre o resultado de 80% do maior momento e a média dos momentos.

Esse procedimento foi aplicado aos momentos negativos nas direções horizontal e vertical do sistema cartesiano, considerando os resultados obtidos pelos métodos analíticos de Bares e Czerny.

Os valores obtidos após a compatibilização estão apresentados nas seguintes tabelas:

Tabela 16 – Mom. fletores negativos – dir. horizontal - Método de Bares

LAJES	1º LAJE	2º LAJE	80% maior valor	Média dos momentos	Momento adotado
L1 E L2	657	644	526	651	651
L2 E L3	644	289	515	467	515
L4 E L5	179	1254	1003	717	1003
L4 E L5	321	1254	1003	788	1003
L5 E L6	1254	939	1003	1097	1097
L6 E L7	414	939	751	677	751
L6 E L7	621	939	751	780	780
L10 E L11	553	265	442	409	442

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 17 – Mom. fletores negativos – dir. vertical - Método de Bares

LAJES	1º LAJE	2º LAJE	80% maior valor	Média dos momentos	Momento adotado
L1 E L5	822	1164	931	993	993
L5 E L9	1164	799	931	982	982
L5 E L9	1164	1100	931	1132	1132
L2 E L6	691	794	635	743	743
L6 E L10	794	633	635	714	714

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 18 – Mom. fletores negativos - na dir. horizontal - Método de Czerny

LAJES	1º LAJE	2º LAJE	80% maior valor	Média dos momentos	Momento adotado
L1 E L2	657	652	526	655	655
L2 E L3	652	288	522	470	522
L4 E L5	179	1265	1012	722	1012
L4 E L5	321	1265	1012	793	1012
L5 E L6	1265	955	1012	1110	1110
L6 E L7	414	955	764	685	764
L6 E L7	621	955	764	788	788
L10 E L11	553	269	442	411	442

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

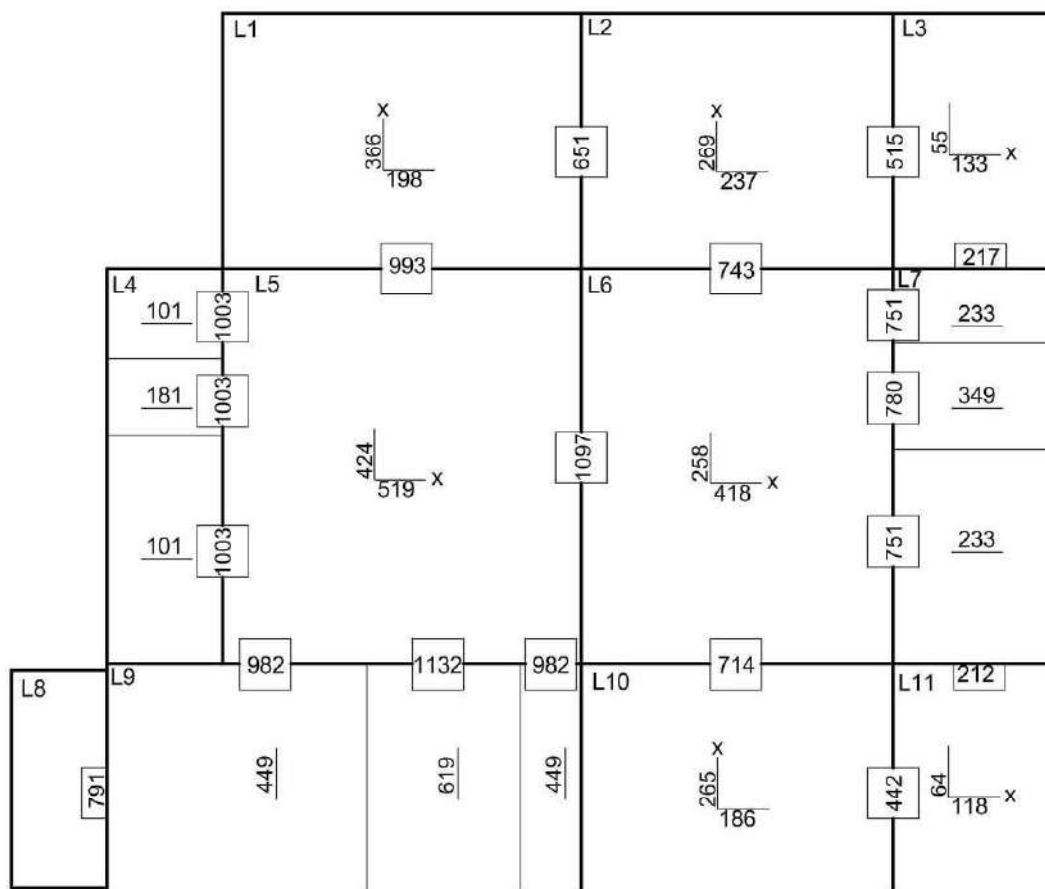
Tabela 19 – Mom. fletores negativos – dir. vertical - Método de Czerny

LAJES	1º LAJE	2º LAJE	80% maior valor	Média dos momentos	Momento adotado
L1 E L5	828	1168	934	998	998
L5 E L9	1168	799	934	984	984
L5 E L9	1168	1100	934	1134	1134
L2 E L6	680	797	638	739	739
L6 E L10	797	625	638	711	711

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

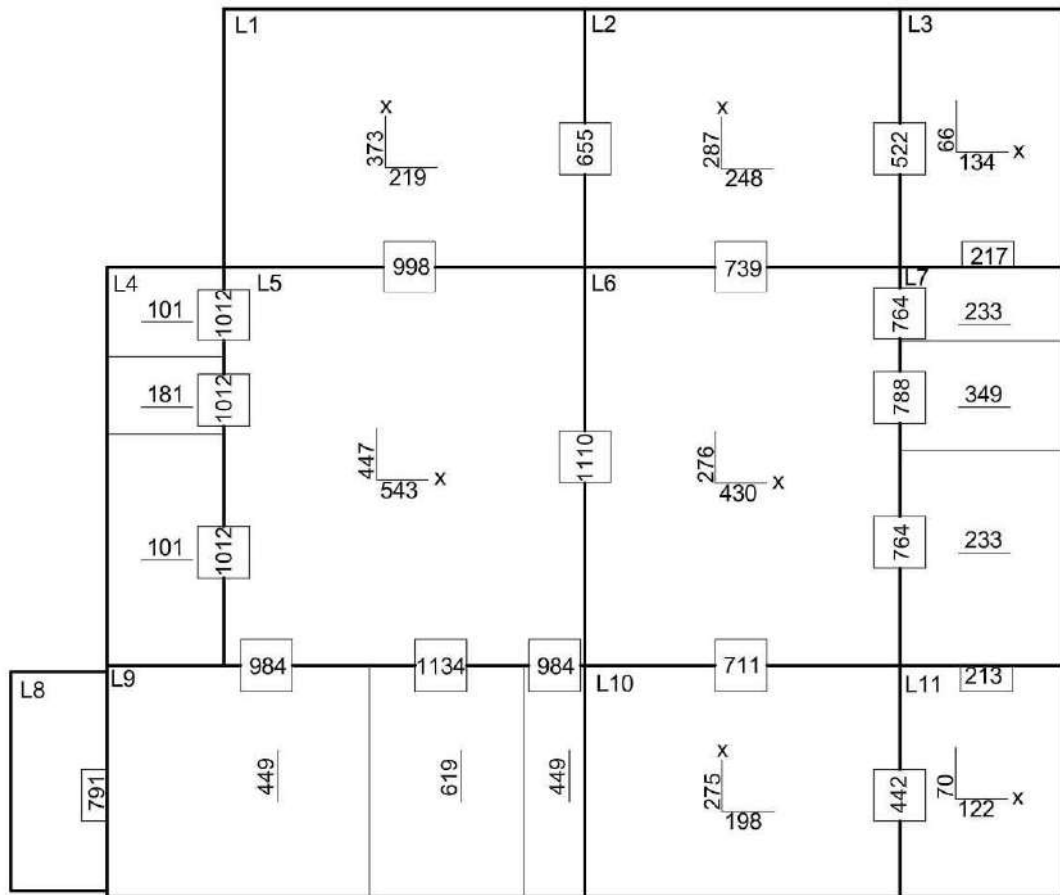
A distribuição dos momentos compatibilizados no pavimento é apresentada nas Figuras 28 e 29:

Figura 28 - Planta baixa: momentos fletores negativos - Método de Bares



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 29 - Planta baixa: momentos fletores negativos - Método de Czerny.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

4.3.3 Dimensionamento das áreas de aço

Com a determinação dos momentos fletores pelos métodos de Bares e Czerny, procedeu-se ao dimensionamento das armaduras das lajes. Para isso, foram utilizados os coeficientes obtidos por meio da Tabela A-25 de Pinheiro, destinada ao dimensionamento de seções de concreto armado com armaduras em aço CA-50.

A partir dos momentos fletores calculados e das alturas úteis previamente definidas para cada laje, foram determinados os coeficientes necessários ao dimensionamento das armaduras positivas e negativas nas direções x e y . Posteriormente, foram obtidas as respectivas áreas de aço para cada situação analisada.

Além do dimensionamento das armaduras, foi realizada a verificação da ductilidade das seções conforme os critérios estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2023). Como o concreto adotado no estudo possui resistência característica de 25 MPa, verificou-se o atendimento ao limite normativo para a posição da linha neutra, garantindo o comportamento dúctil das seções dimensionadas.

Dessa forma, todos os valores de β_x obtidos foram verificados, garantindo o atendimento ao comportamento dúctil exigido pela norma. Além disso, foi determinado o Domínio 2 para todas as seções dimensionadas.

Inicialmente, foi realizado o dimensionamento das áreas de aço para as lajes bidirecionais pelo método de Bares. Foram analisadas inicialmente as armaduras referentes aos momentos positivos nas direções x (menor vão) e y (maior vão). Posteriormente, foram dimensionadas as armaduras negativas considerando os momentos compatibilizados, primeiro na direção horizontal e, em seguida, na direção vertical do sistema cartesiano.

Os resultados obtidos pelo método de Bares foram organizados em quatro tabelas, contemplando as áreas de aço positivas e negativas nas duas direções analisadas. Além disso, foi apresentada a planta baixa do pavimento com a distribuição das áreas de aço calculadas.

A mesma metodologia foi aplicada para o método de Czerny, utilizando os momentos fletores determinados por esse procedimento. Foram elaboradas quatro tabelas contendo as áreas de aço para os momentos positivos e negativos nas direções x e y, juntamente com a representação gráfica da distribuição das armaduras no pavimento.

Para as lajes 3 e 11, os momentos negativos não passaram pelo processo de compatibilização, devido às suas condições específicas de análise. Dessa forma, as áreas de aço correspondentes a esses momentos foram calculadas diretamente a partir dos valores obtidos inicialmente, sendo apresentadas na Tabela 24.

Os resultados completos do dimensionamento das armaduras são apresentados nas tabelas, servindo posteriormente como base para a comparação entre os métodos analíticos e os modelos numéricos desenvolvidos no SAP2000[®].

Tabela 20 - Área de aço para momento positivo M_x (Bares)

LAJE	h	d	m_x (kN.cm/m)	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L1	12,0	9,0	366	15,9	0,023	0,05	OK	1,31	1,2	OK	1,31
L2	10,0	7,5	269	14,9	0,024	0,06	OK	1,21	1	OK	1,21
L3	8,0	5,8	133	18,2	0,023	0,05	OK	0,74	0,8	ADOTAR As,min	0,80
L5	12,0	9,1	519	11,4	0,024	0,07	OK	1,91	1,2	OK	1,91
L6	12,0	9,1	418	14,2	0,024	0,06	OK	1,54	1,2	OK	1,54
L10	10,0	7,5	265	15,2	0,024	0,06	OK	1,19	1	OK	1,19
L11	8,0	5,8	118	20,3	0,023	0,04	OK	0,66	0,8	ADOTAR As,min	0,80

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 21 - Área de aço para momento positivo M_y (Bares)

LAJE	h	d	m_y (kN.cm/m)	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L1	12,0	9,0	198	29,3	0,023	0,03	OK	0,71	1,2	ADOTAR As,min	1,20
L2	10,0	7,5	237	17,0	0,023	0,05	OK	1,02	1	OK	1,02
L3	8,0	5,8	55	44,0	0,023	0,02	OK	0,30	0,8	ADOTAR As,min	0,80
L5	12,0	9,1	424	14,0	0,024	0,06	OK	1,56	1,2	OK	1,56
L6	12,0	9,1	258	23,0	0,023	0,04	OK	0,91	1,2	ADOTAR As,min	1,20
L10	10,0	7,5	186	21,6	0,023	0,04	OK	0,80	1	ADOTAR As,min	1,00
L11	8,0	5,8	64	37,5	0,023	0,02	OK	0,36	0,8	ADOTAR As,min	0,80

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 22 - Áreas de aço para momentos negativos na direção horizontal (Bares)

LAJE	Média de h	Média de d	m_x (kN.cm/m)	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L1 e L2	11,0	8,3	651	7,5	0,024	0,12	OK	2,65	1,65	OK	2,65
L2 e L3	9,0	6,7	515	6,1	0,024	0,14	OK	2,60	1,35	OK	2,60
L4 e L5	9,5	6,6	1003	3,1	0,026	0,3	OK	5,53	1,425	OK	5,53
L4 e L5	9,5	6,6	1003	3,1	0,026	0,3	OK	5,53	1,425	OK	5,53
L5 e L6	12,0	9,1	1097	5,4	0,025	0,16	OK	4,22	1,8	OK	4,22
L6 e L7	10,0	7,4	751	5,1	0,025	0,17	OK	3,58	1,5	OK	3,58
L6 e L7	10,0	7,4	780	4,9	0,025	0,18	OK	3,71	1,5	OK	3,71
L10 e L11	9,0	6,7	442	7,1	0,024	0,12	OK	2,24	1,35	OK	2,24

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 23 - Áreas de aço para momentos negativos na direção vertical (Bares)

LAJE	Média de h	Média de d	m_y (kN.cm/m)	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L1 e L5	12,0	9,1	993	5,9	0,024	0,15	OK	3,69	1,8	OK	3,69
L5 e L9	11,5	8,7	982	5,5	0,025	0,16	OK	3,95	1,725	OK	3,95
L5 e L9	11,5	8,7	1132	4,8	0,025	0,18	OK	4,55	1,725	OK	4,55
L2 e L6	11	8,3	743	6,6	0,024	0,13	OK	3,01	1,65	OK	3,01
L6 e L10	11	8,3	714	6,9	0,024	0,13	OK	2,89	1,65	OK	2,89

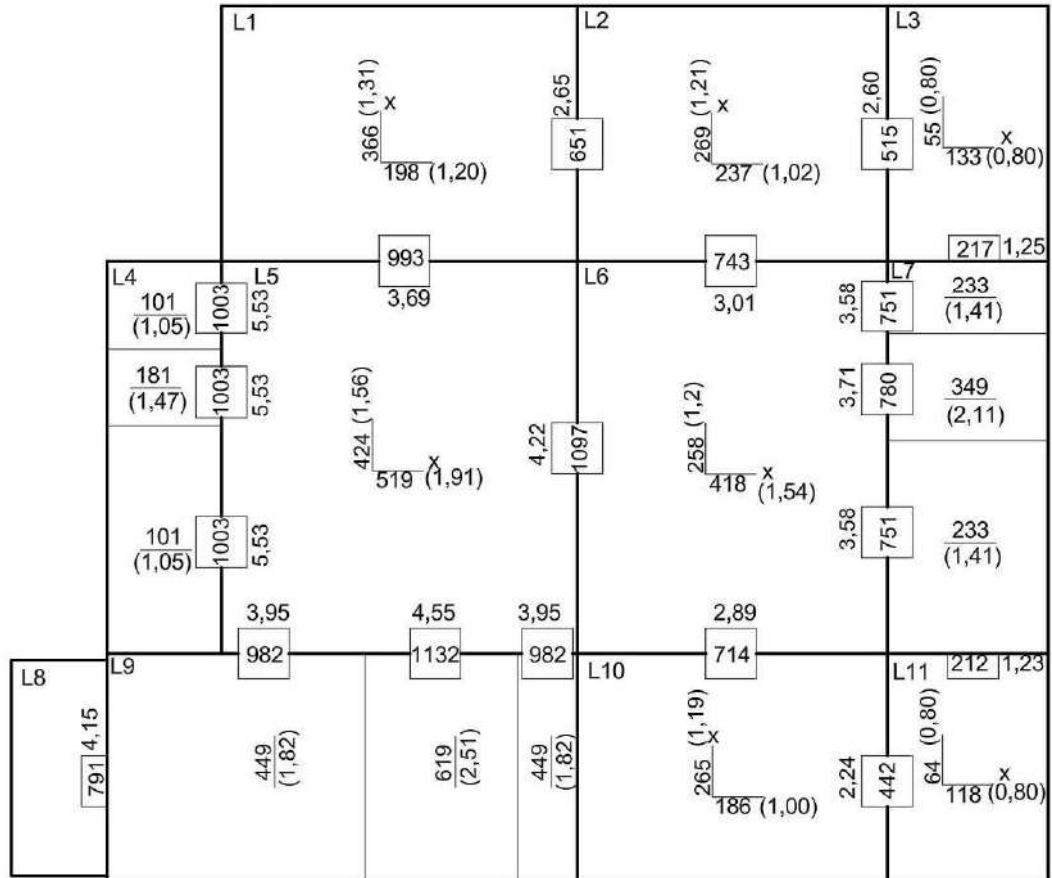
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 24 - Áreas de aço na dir. vertical da L3 e L11 sem compatibilização dos mom. negativos (Bares).

LAJE	h	d	m'y (kN.cm/m)	Kc (cm ² /kN)	Ks (cm ² /kN)	βc	Se βc ≤ 0,45	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L3	8,0	5,8	217	11,1	0,024	0,08	OK	1,25	1,2	OK	1,25
L11	8,0	5,8	212	11,3	0,024	0,08	OK	1,23	1,2	OK	1,23

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 30 - Momentos fletores (kN.cm/m) e áreas de armadura de flexão (cm²/m) (Bares)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Os resultados apresentados nas Tabelas 21 a 25 correspondem às áreas de aço obtidas a partir dos momentos fletores calculados pelo método de Bares. Para facilitar a visualização da distribuição das armaduras ao longo do pavimento, a Figura 30 apresenta a planta baixa das lajes com a indicação das áreas de aço positivas e negativas nas respectivas direções de armadura.

Tabela 25 - Área de aço para momento positivo M_x (Czerny)

LAJE	h	d	m_x	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L1	12,0	9,0	373	15,6	0,023	0,05	OK	1,33	1,2	OK	1,33
L2	10,0	7,5	287	14,0	0,024	0,06	OK	1,29	1	OK	1,29
L3	8,0	5,8	134	18,0	0,023	0,05	OK	0,74	0,8	ADOTAR As,min	0,80
L5	12,0	9,1	543	10,9	0,024	0,08	OK	2,00	1,2	OK	2,00
L6	12,0	9,1	430	13,8	0,024	0,06	OK	1,59	1,2	OK	1,59
L10	10,0	7,5	275	14,6	0,024	0,06	OK	1,23	1	OK	1,23
L11	8,0	5,8	122	19,7	0,023	0,04	OK	0,68	0,8	ADOTAR As,min	0,80

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 26 - Área de aço para momento positivo M_y (Czerny)

LAJE	h	d	m_y	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L1	12,0	9,0	219	26,5	0,023	0,03	OK	0,78	1,2	ADOTAR As,min	1,20
L2	10,0	7,5	248	16,2	0,023	0,05	OK	1,06	1	OK	1,06
L3	8,0	5,8	66	36,6	0,023	0,02	OK	0,37	0,8	ADOTAR As,min	0,80
L5	12,0	9,1	447	13,3	0,024	0,06	OK	1,65	1,2	OK	1,65
L6	12,0	9,1	276	21,5	0,023	0,04	OK	0,98	1,2	ADOTAR As,min	1,20
L10	10,0	7,5	198	20,3	0,023	0,04	OK	0,85	1	ADOTAR As,min	1,00
L11	8,0	5,8	70	34,3	0,023	0,03	OK	0,39	0,8	ADOTAR As,min	0,80

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 27 - Áreas de aço para momentos negativos na direção horizontal (Czerny)

LAJE	Média de h	Média de d	m'_x (kN.cm/m)	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L1 e L2	11,0	8,3	655	7,4	0,024	0,12	OK	2,67	1,65	OK	2,67
L2 e L3	9,0	6,7	522	6,1	0,024	0,14	OK	2,64	1,35	OK	2,64
L4 e L5	9,5	6,6	1012	3,1	0,026	0,3	OK	5,58	1,425	OK	5,58
L4 e L5	9,5	6,6	1012	3,1	0,026	0,3	OK	5,58	1,425	OK	5,58
L5 e L6	12,0	9,1	1110	5,3	0,025	0,16	OK	4,27	1,8	OK	4,27
L6 e L7	10,0	7,4	764	5,1	0,025	0,17	OK	3,64	1,5	OK	3,64
L6 e L7	10,0	7,4	788	4,9	0,025	0,18	OK	3,75	1,5	OK	3,75
L10 e L11	9,0	6,7	442	7,1	0,024	0,12	OK	2,24	1,35	OK	2,24

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 28 - Áreas de aço para momentos negativos na direção vertical (Czerny)

LAJE	Média de h	Média de d	m'_y (kN.cm/m)	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L1 e L5	12	9,1	998	5,9	0,024	0,15	OK	3,71	1,8	OK	3,71
L5 e L9	11,5	8,7	984	5,5	0,025	0,16	OK	3,96	1,725	OK	3,96
L5 e L9	11,5	8,7	1134	4,8	0,025	0,18	OK	4,56	1,725	OK	4,56
L2 e L6	11	8,3	739	6,7	0,024	0,13	OK	2,99	1,65	OK	2,99
L6 e L10	11	8,3	711	6,9	0,024	0,13	OK	2,88	1,65	OK	2,88

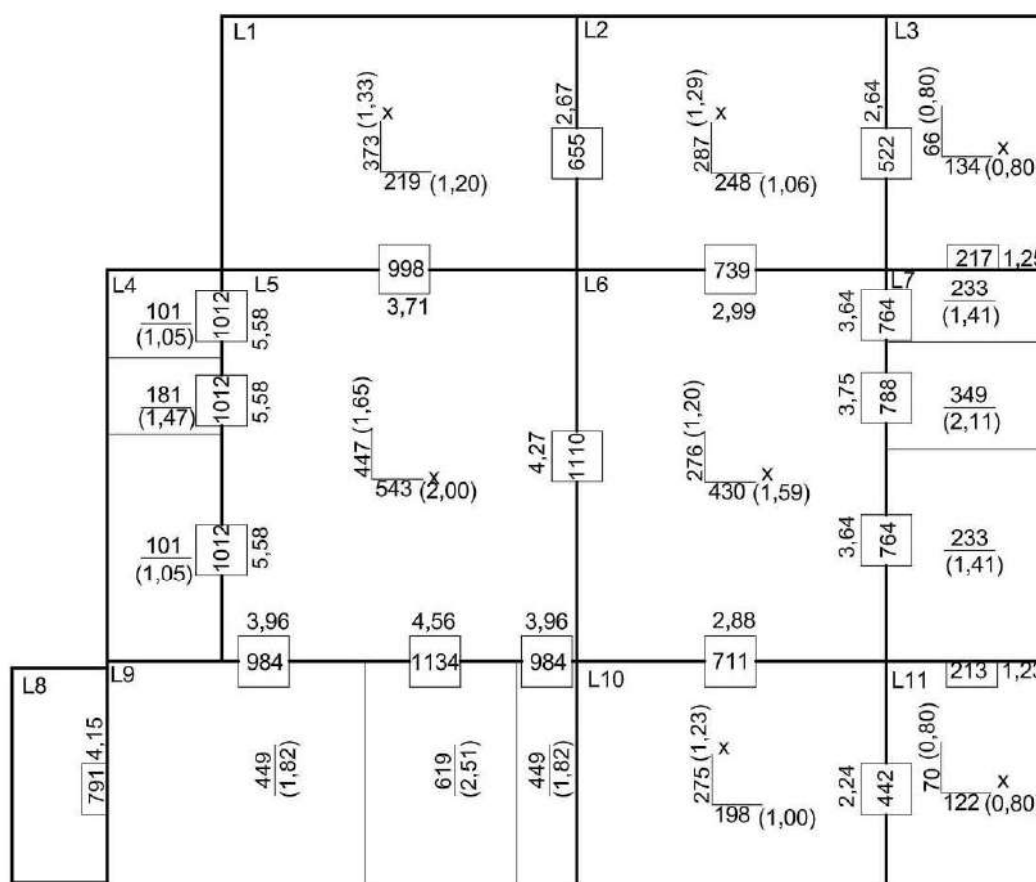
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Tabela 29 - Áreas de aço na dir. vertical das L3 e L11 sem compat. dos momentos negativos (Czerny)

LAJE	h	d	m'y	Kc (cm ² /kN)	Ks (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L3	8,0	5,8	217	11,1	0,024	0,08	OK	1,25	1,2	OK	1,25
L11	8,0	5,8	213	11,3	0,024	0,08	OK	1,23	1,2	OK	1,23

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 31 - Momentos fletores (kN.cm/m) e áreas de armadura de flexão (cm²/m) (Czerny)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Os resultados apresentados nas Tabelas 26 a 30 correspondem às áreas de aço obtidas a partir dos momentos fletores calculados pelo método de Czerny. Para facilitar a visualização da distribuição das armaduras ao longo do pavimento, a Figura 31 apresenta a planta baixa das lajes com a indicação das áreas de aço positivas e negativas nas respectivas direções de armadura.

A semelhança observada entre os resultados dos métodos de Bares e Czerny indica que, apesar das diferenças nos coeficientes utilizados para a determinação dos momentos fletores,

ambos os métodos conduziram a um comportamento semelhante quanto à necessidade de armadura mínima e ao dimensionamento das armaduras das lajes analisadas.

Tabela 30 - Área de aço para momento positivo M_x (Lajes unidirecional)

LAJE	h	d	m_x	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L4	7,0	4,1	101	12,1	0,024	0,07	OK	0,82	1,05	ADOTAR As,min	1,05
L7	8,0	5,6	233	9,5	0,024	0,09	OK	1,41	1,2	OK	1,41
L9	11,0	8,3	449	10,9	0,024	0,08	OK	1,82	1,65	OK	1,82
L4	7,0	4,1	181	6,8	0,024	0,13	OK	1,47	1,05	OK	1,47
L7	8,0	5,6	349	6,3	0,024	0,14	OK	2,11	1,2	OK	2,11
L9	11,0	8,3	619	7,9	0,024	0,11	OK	2,51	1,65	OK	2,51

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Para a Laje 8, classificada como laje em balanço, a área de aço foi determinada a partir do momento fletor obtido na análise realizada no software Ftool, considerando as condições de apoio e o carregamento atuante. O dimensionamento da armadura foi realizado conforme os mesmos critérios adotados para as demais lajes, utilizando a altura útil correspondente à espessura da laje de 12 cm, cobrimento nominal de 2,5 cm e armadura com diâmetro de 10 mm. Dessa forma, a altura útil foi determinada de acordo com a equação 3. O resultado da área de aço obtida para a Laje 8 está apresentado na Tabela 31.

Tabela 31 - Área de aço (L8)

LAJE	h	d	m_x	K_c (cm ² /kN)	K_s (cm ² /kN)	β_c	Se $\beta_c \leq 0,45$	As calculado (cm ² /m)	As min (cm ² /m)	Verificação	As adotado (cm ² /m)
L8	12,0	9	791	5,4	0,025	0,16	OK	4,15	1,8	OK	4,15

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Como o momento fletor da Laje 8 foi obtido por meio da análise no Ftool, o dimensionamento da armadura foi realizado utilizando o momento negativo de cálculo. Por se tratar de uma laje em balanço, o momento atuante foi majorado pelo coeficiente de ponderação das ações ($\gamma_f = 1,4$) e pelo coeficiente adicional γ_n , cujo valor para lajes com espessura de 12 cm é igual a 1,35. Dessa forma, o momento de cálculo utilizado no dimensionamento foi obtido pela multiplicação do momento fletor característico pelos coeficientes γ_f e γ_n .

4.4 Modelagem estrutural no SAP2000®

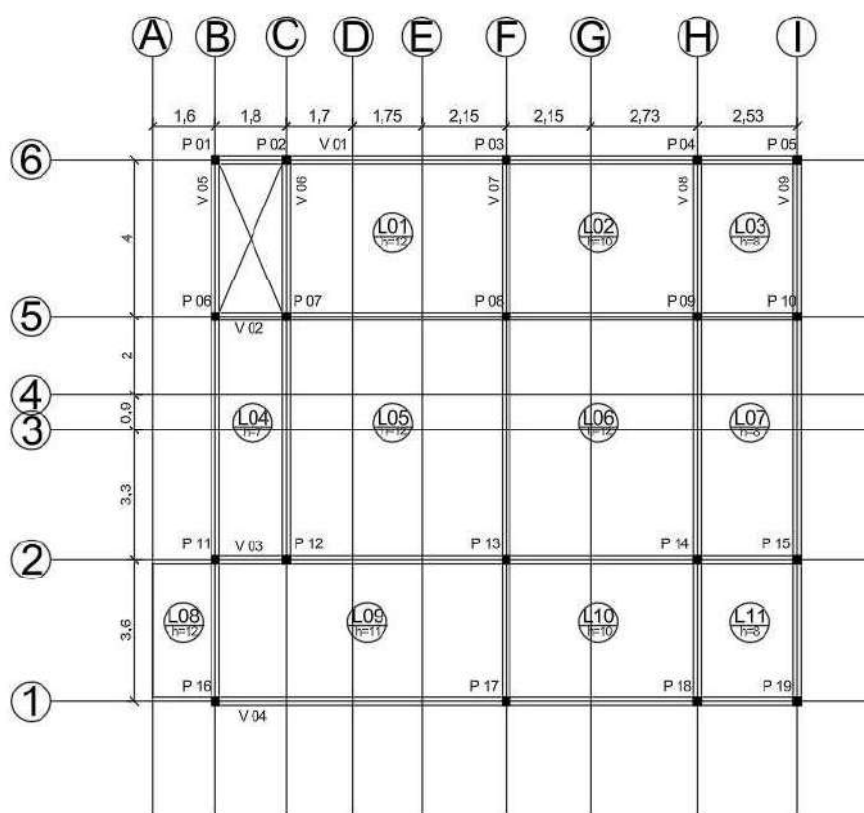
4.4.1 Modelagem com apoio em vigas

Inicialmente, foi realizada a definição das lajes de acordo com a disposição dos cômodos do pavimento e com o posicionamento das paredes da edificação. Após a delimitação das lajes, foram definidos os eixos estruturais da planta, sendo utilizados os eixos A a I na direção vertical e os eixos 1 a 6 na direção horizontal.

A partir da definição dos eixos, foram posicionados os pilares, vigas e paredes da estrutura. Em seguida, foram cotados os espaçamentos entre os eixos estruturais, com o objetivo de facilitar o lançamento da geometria no software SAP2000®.

A configuração final da malha estrutural utilizada para a modelagem está apresentada na Figura 32.

Figura 32 - Máscara do pavimento

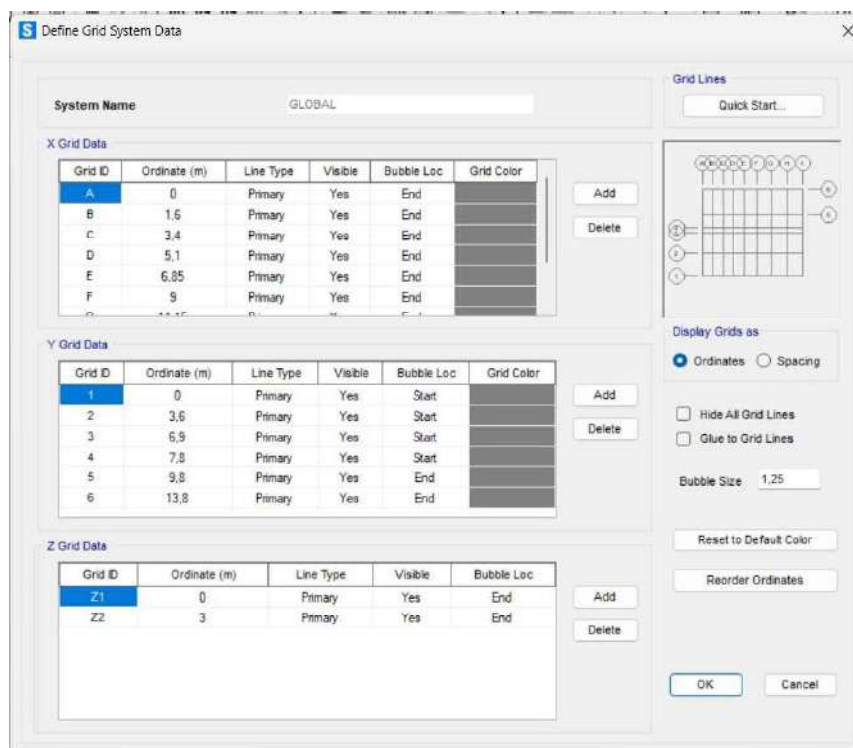


Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Após a finalização da planta estrutural, a geometria foi inserida no SAP2000® por meio da opção Grid Only, permitindo a criação da malha estrutural a partir dos eixos previamente definidos.

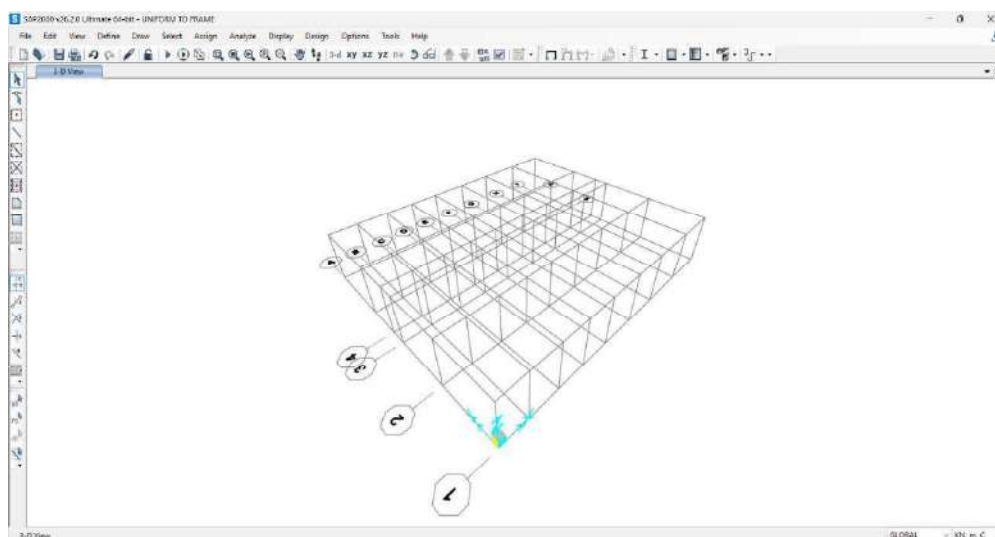
A definição dos grids utilizados na modelagem está apresentada na Figura 33 e 34.

Figura 33 - Definição do Grid



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 34 - Grids da estrutura



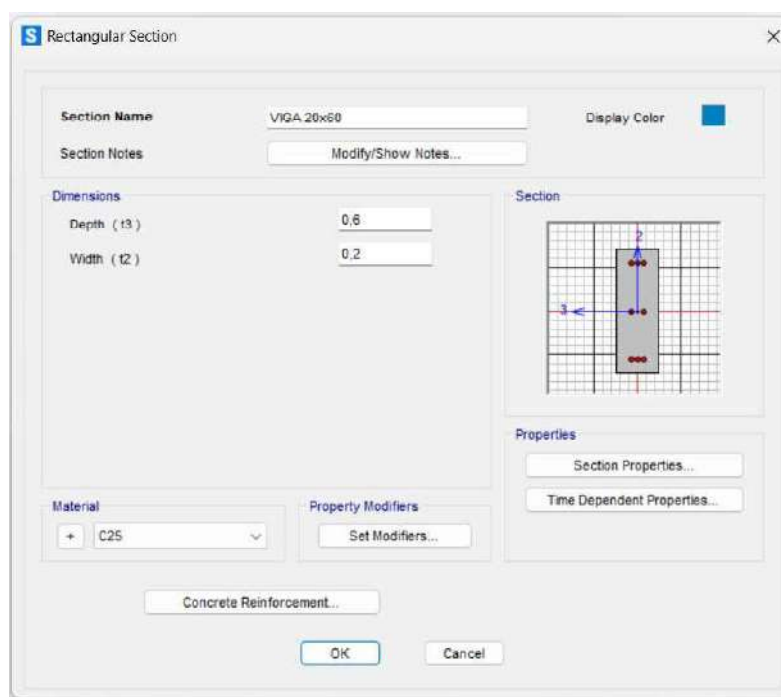
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Após a definição da geometria estrutural, foram definidos os materiais utilizados na modelagem. Para todos os elementos estruturais, adotou-se concreto C25, com peso específico de 25 kN/m^3 e módulo de elasticidade igual a 28 GPa como foi definido na metodologia.

Em seguida, foram definidas as seções dos elementos estruturais. Para as vigas, adotou-se seção transversal de $20 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$, enquanto para os pilares foi utilizada seção de $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, ambos utilizando o material C25 previamente definido.

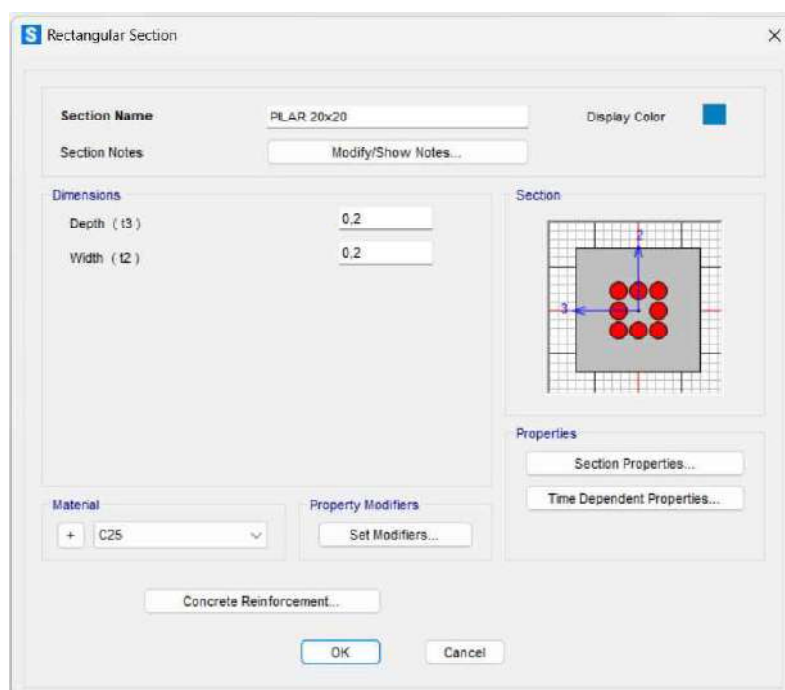
Após a definição das seções, conforme apresentado nas Figuras 35 e 36, os elementos foram lançados na estrutura de acordo com a geometria previamente estabelecida. O resultado dessa etapa de modelagem é apresentado na Figura 37.

Figura 35 - Definição da seção das vigas



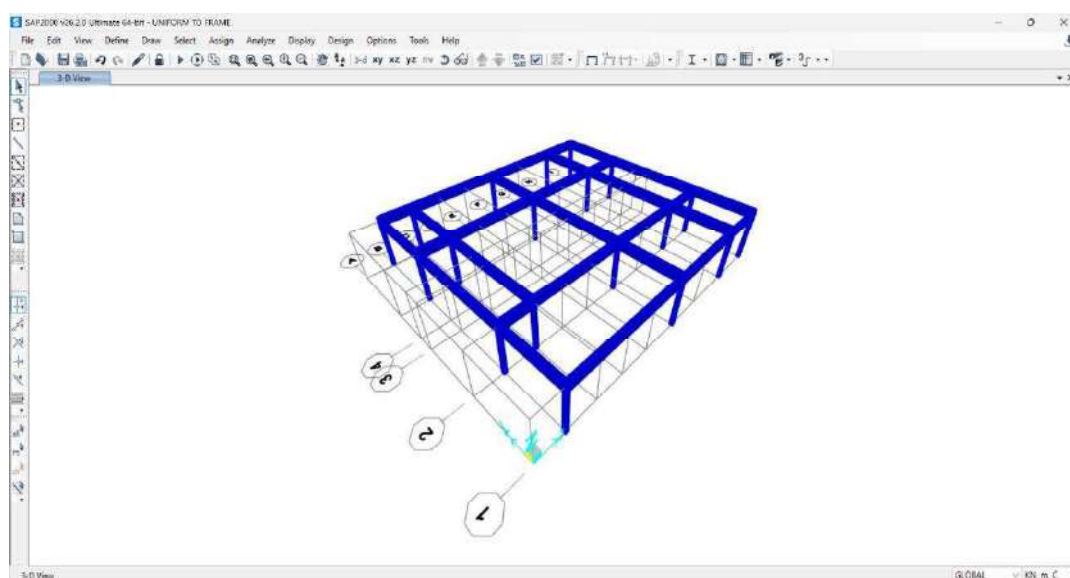
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 36 - Definição da seção dos pilares



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 37 - Lançamento dos elementos estruturais

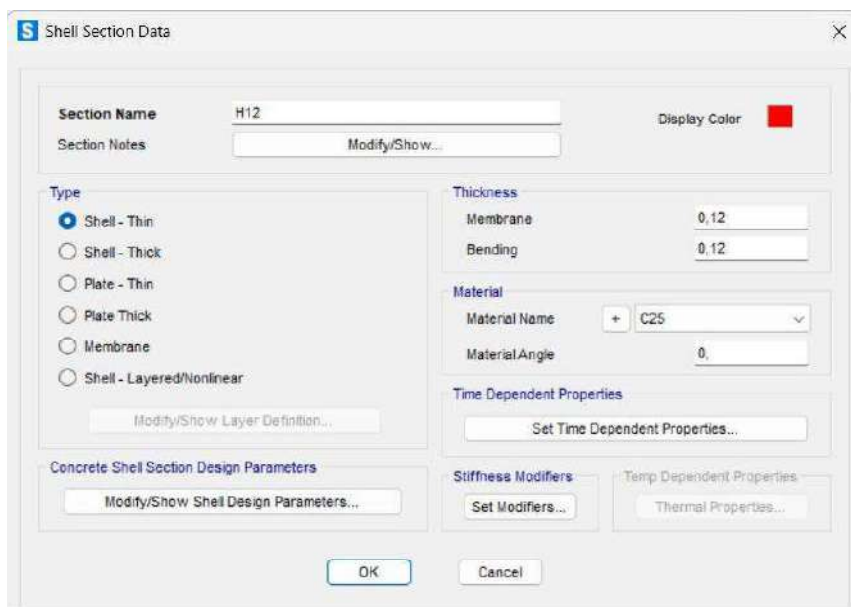


Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Posteriormente, foi realizado o lançamento das lajes no modelo estrutural. As lajes foram definidas como elementos do tipo *Shell-Thin*, utilizando concreto C25. As espessuras adotadas variaram entre 7 cm, 8 cm, 10 cm, 11 cm e 12 cm, de acordo com os valores obtidos no pré-dimensionamento. A definição das seções das lajes no SAP2000® é apresentada na

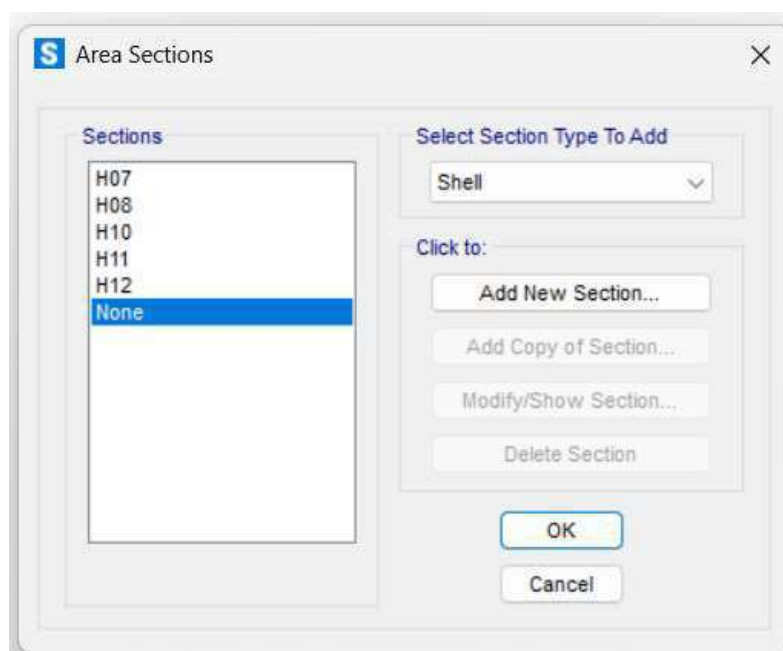
Figura 38. Após essa etapa, as lajes foram inseridas no modelo estrutural, conforme ilustrado na Figura 39.

Figura 38 - Definição das seções das áreas das lajes



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 39 - Lajes definidas



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

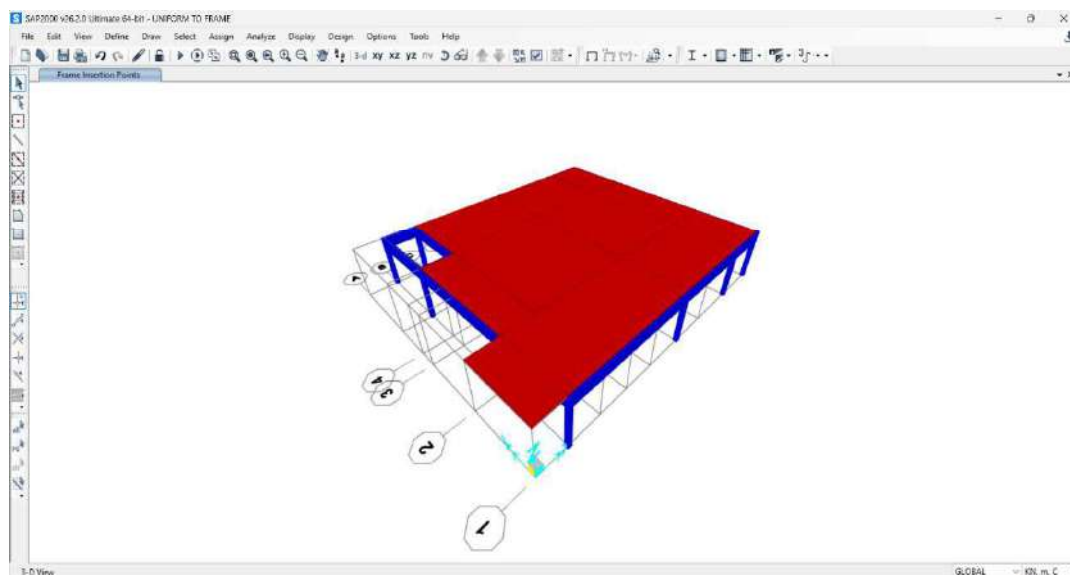
Após a definição das propriedades das lajes, realizou-se o lançamento dos painéis na estrutura. Em seguida, foi efetuado o ajuste da posição das lajes para a condição *Top Center*, de

forma que as lajes ficassem apoiadas sobre as vigas, e não alinhadas ao centroide das vigas, configuração inicialmente adotada pelo SAP2000®.

Em seguida, foram inseridos apoios de segundo gênero na base dos pilares, representando as condições de contorno da estrutura.

A configuração tridimensional final do modelo estrutural está apresentada na Figura 40.

Figura 40 - Modelo tridimensional da estrutura no SAP2000®



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Após a definição da geometria, dos materiais e das condições de apoio, foi realizado o lançamento das cargas atuantes na estrutura.

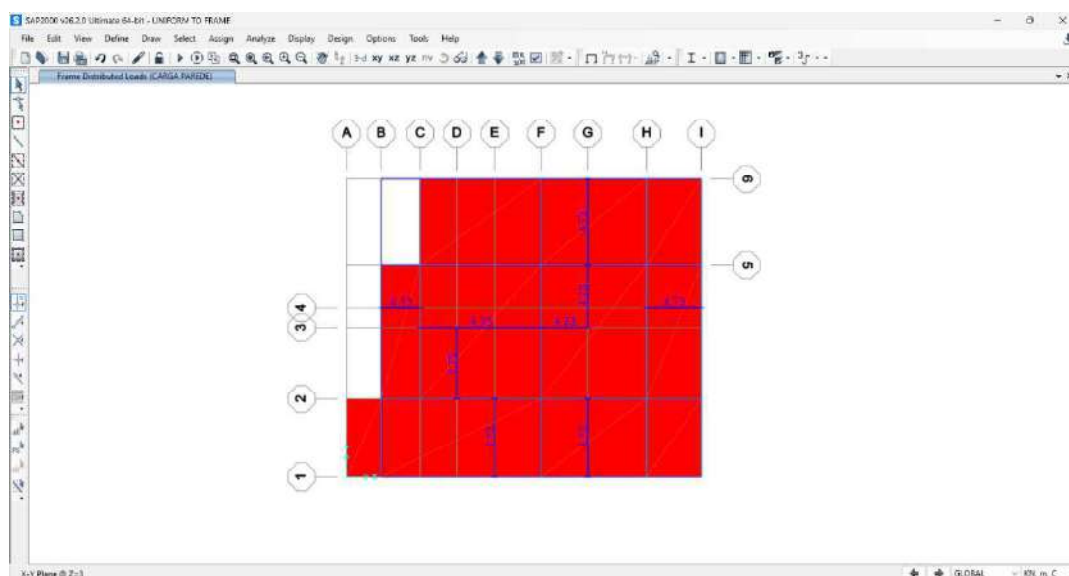
Inicialmente, foram definidos os carregamentos permanentes referentes ao contrapiso e revestimento, a carga de parede, a carga acidental de utilização e o carregamento *Dead*, correspondente ao peso próprio da estrutura. Após a definição de todos os carregamentos, foi criada uma combinação contendo as quatro ações, permitindo a análise dos esforços atuantes na estrutura.

Em seguida, foi realizado o lançamento das cargas lineares correspondentes às paredes apoiadas sobre as lajes. Para isso, adotou-se uma carga linear de 4,73 kN/m, obtida a partir da multiplicação do peso específico da alvenaria, espessura e altura da parede, conforme:

$$q_{parede} = 13 \times 0,13 \times 2,8 = 4,73 \text{ kN/m}$$

As cargas lineares foram aplicadas sobre os *grids* de referência previamente definidos na modelagem estrutural. A aplicação dessas cargas lineares no modelo estrutural é apresentada na Figura 41.

Figura 41 - Aplicação das cargas lineares de parede na estrutura



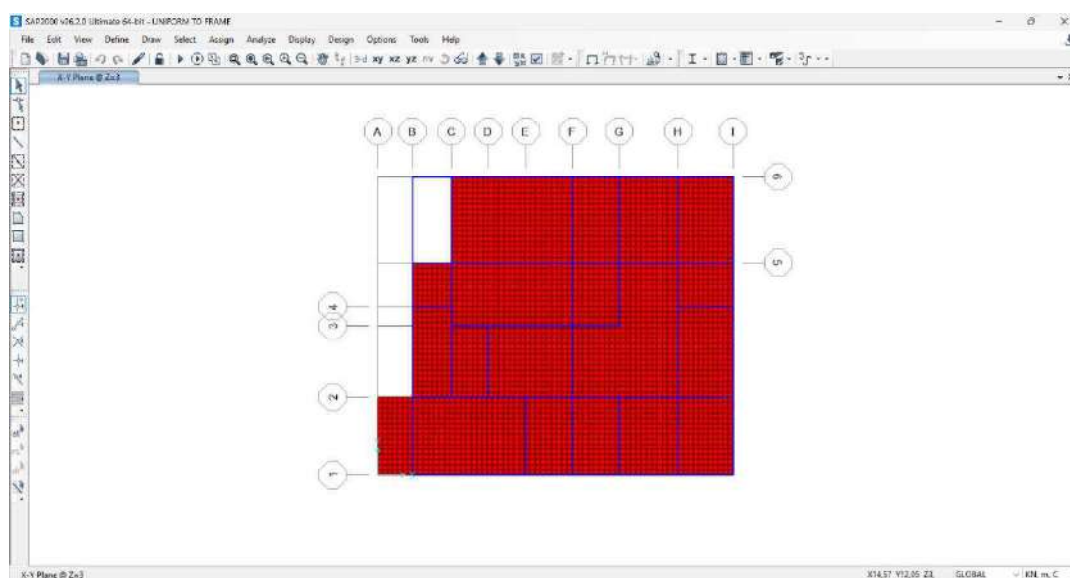
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Posteriormente, foram lançadas as cargas distribuídas nas lajes por meio da opção *Uniform to Frame*, permitindo a definição das lajes como *One Way* (unidirecionais) ou *Two Way* (bidirecionais). As cargas acidentais foram aplicadas de acordo com a sobrecarga de utilização.

Além disso, foi aplicada sobre as lajes a carga permanente referente ao revestimento e contrapiso, adotando-se o valor de $0,68 \text{ kN/m}^2$, conforme determinado anteriormente no cálculo analítico.

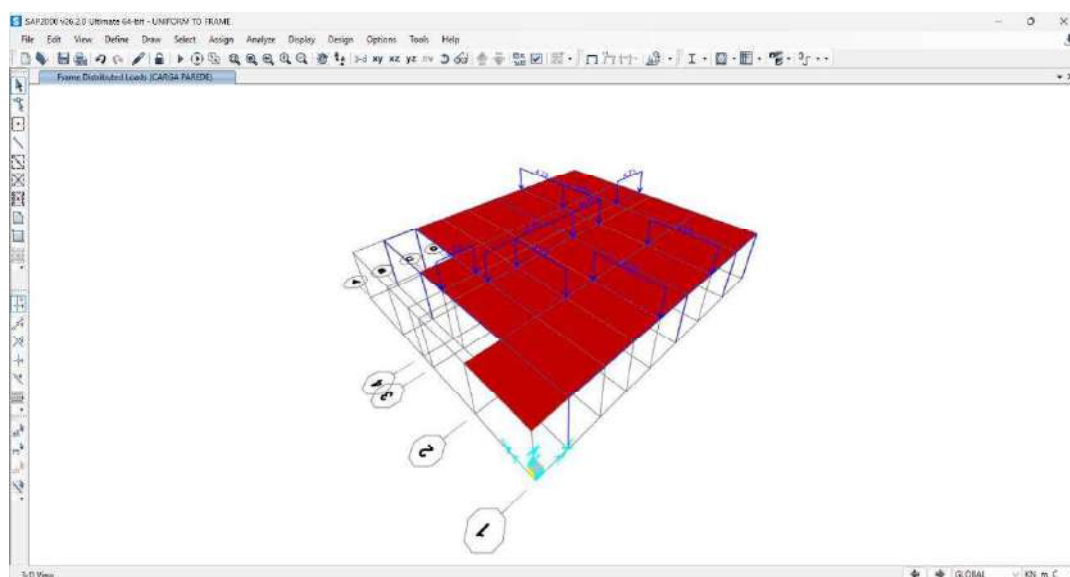
Após o lançamento das cargas, foi realizada a discretização das lajes com a malha de elementos de dimensões de $0,25 \text{ m} \times 0,25 \text{ m}$. Conforme podemos observar na Figura 42, visando melhorar a visualização e a precisão dos esforços solicitantes obtidos nas *shells*. A estrutura após a aplicação dos carregamentos e a discretização das lajes é apresentada na Figura 43.

Figura 42 - Discretização das lajes



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 43 - Estrutura com as lajes e carregamentos aplicados



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

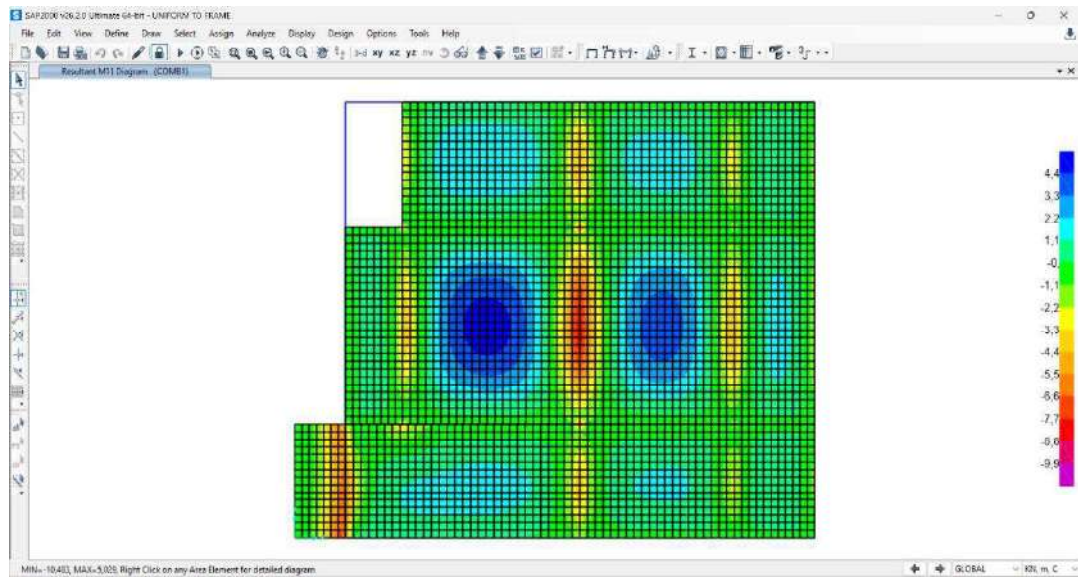
Após a definição completa da estrutura e do lançamento de todas as cargas atuantes, foi realizada a análise estrutural do modelo no SAP2000®, permitindo a obtenção dos esforços solicitantes nas lajes.

Os momentos fletores foram analisados a partir dos resultados dos momentos M_{11} e M_{22} , correspondentes aos momentos atuantes nos eixos locais 1 e 2 das lajes, equivalentes aos

momentos M_x e M_y , respectivamente. A análise foi realizada considerando a combinação de carregamentos previamente definida.

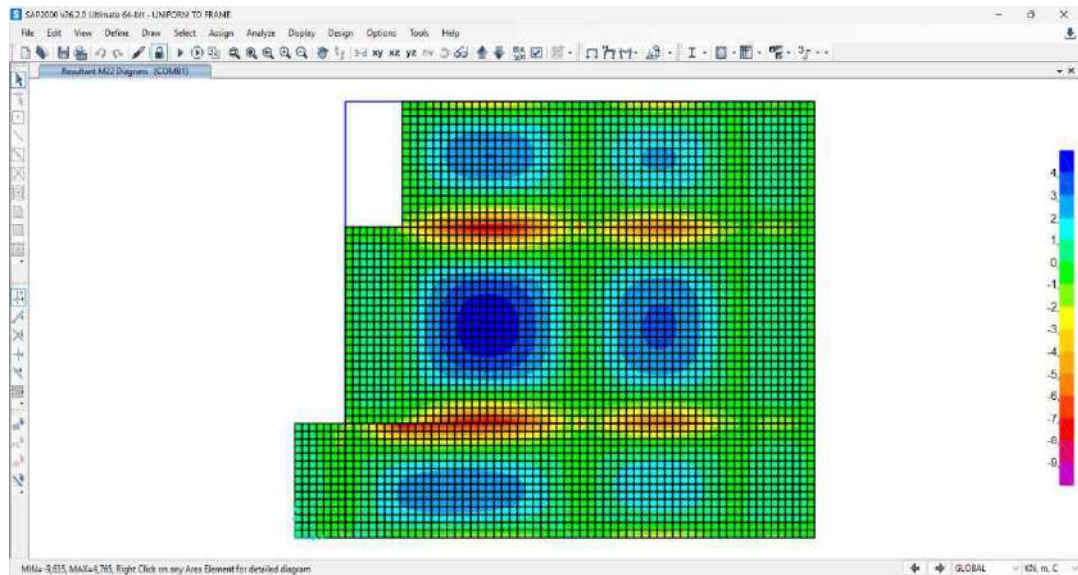
Os valores obtidos para os momentos fletores nas direções x e y estão apresentados nas Figuras 44 e 45.

Figura 44 - Distribuição dos momentos M11 (Vigas)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 45 - Distribuição dos momentos M22 (Vigas)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

A partir da visualização do modelo de vigas nas direções M11 e M22, observa-se que os maiores momentos positivos estão concentrados nas lajes com maiores dimensões e maiores carregamentos atuantes. Esses esforços são identificados pela maior intensidade da escala de cores apresentada nas figuras, principalmente nas regiões centrais dos painéis de laje, onde ocorre maior solicitação à flexão. Nas lajes com menores dimensões, verifica-se uma redução dos momentos fletores positivos devido à menor área de influência e menores carregamentos considerados.

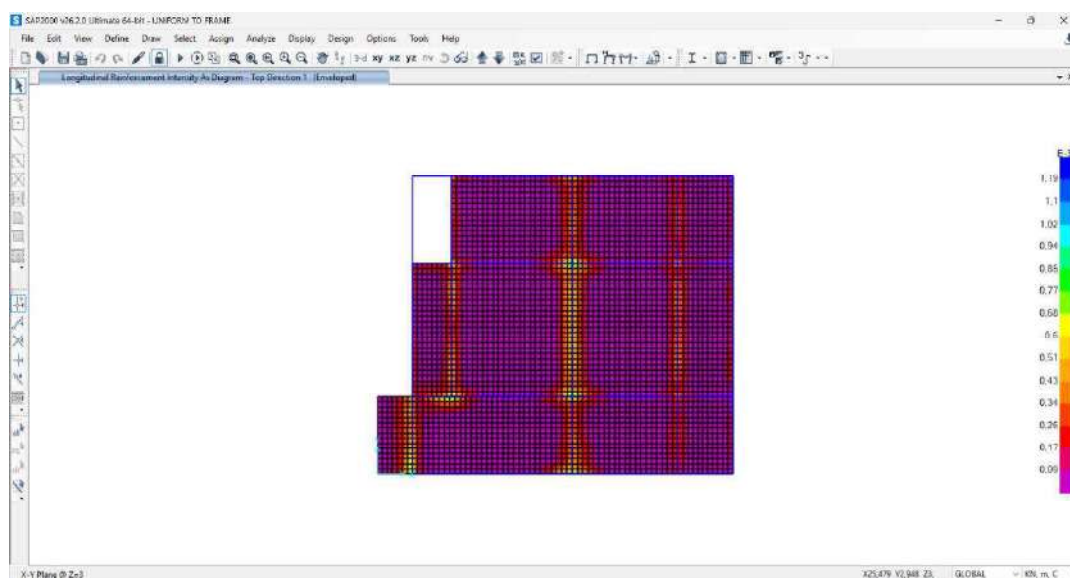
Em relação aos momentos negativos, observa-se uma maior concentração dos esforços nas regiões próximas aos apoios e encontros entre as lajes, onde ocorre a continuidade estrutural proporcionada pelas vigas. Também é possível identificar uma concentração elevada de esforços na região da laje em balanço, decorrente da condição de apoio e da transferência dos carregamentos para o engaste.

É importante destacar que as áreas de aço obtidas no SAP2000® não coincidem necessariamente com os valores calculados manualmente. Enquanto o dimensionamento analítico foi realizado separadamente para os momentos fletores M_x e M_y , o software considera simultaneamente os esforços atuantes nas duas direções da laje, realizando um dimensionamento biaxial.

Dessa forma, diferenças entre os resultados são esperadas, sendo a comparação realizada neste estudo voltada principalmente à análise das tendências e da influência das diferentes modelagens estruturais adotadas.

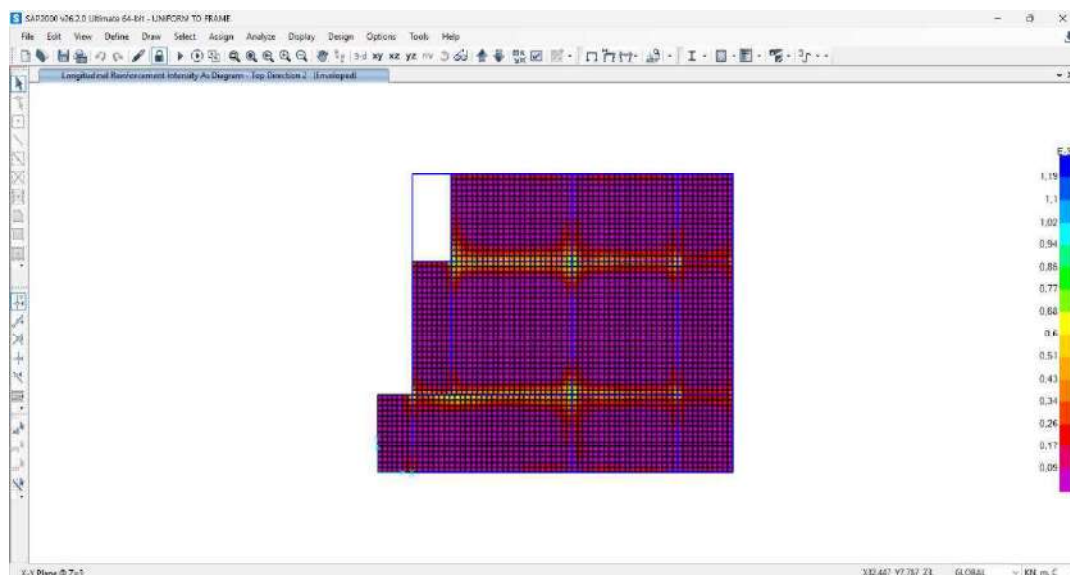
A seguir, são apresentadas as áreas de aço obtidas no SAP2000® para as armaduras superiores e inferiores nas direções 1 x e 2 y, conforme ilustrado nas Figuras 46 a 49.

Figura 46 - Área de aço superior na direção x no SAP2000® (Vigas)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

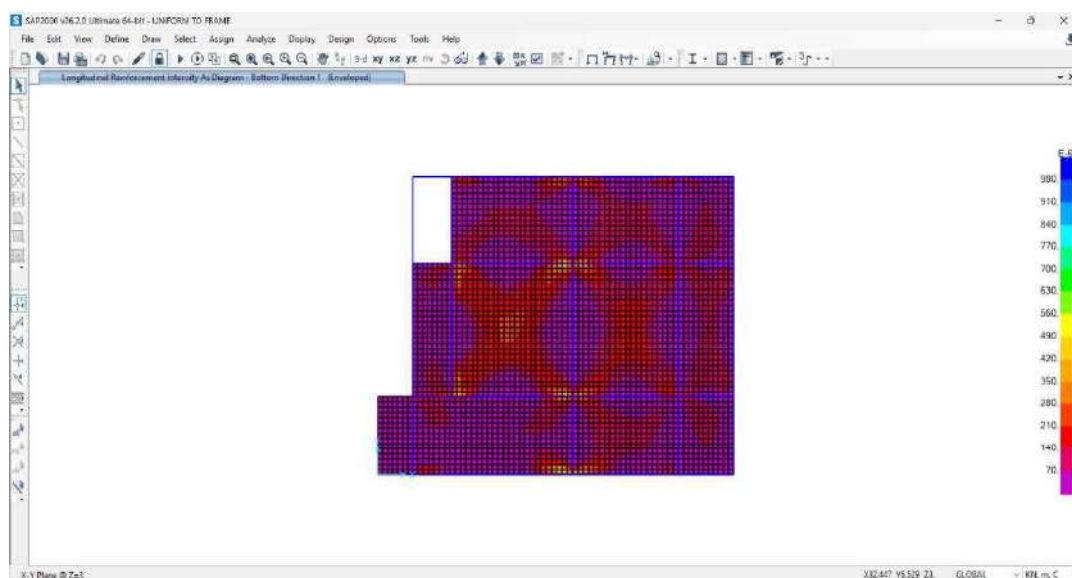
Figura 47 - Área de aço superior na direção y no SAP2000® (Vigas)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

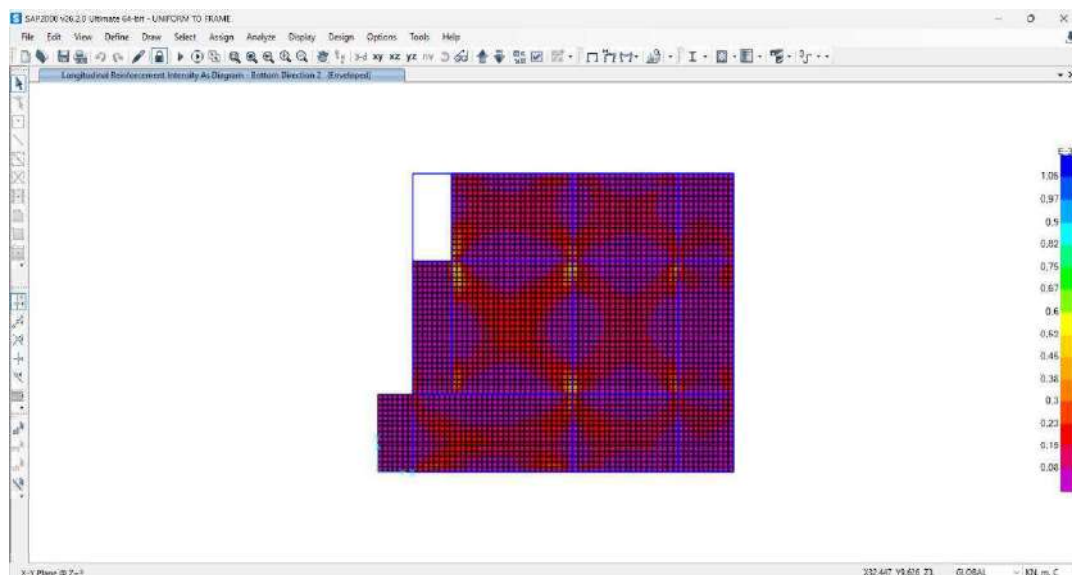
A partir da análise das áreas de aço superiores obtidas pelo modelo de vigas, observa-se que as maiores concentrações de armadura estão localizadas próximas às regiões dos apoios, principalmente sobre as vigas. Esse comportamento está relacionado aos maiores momentos fletores negativos identificados nessas regiões, onde ocorre maior solicitação devido à continuidade estrutural entre os painéis de laje.

Figura 48 - Área de aço inferior na direção x no SAP2000® (Vigas)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 49 - Área de aço inferior na direção y no SAP2000® (Vigas)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Em relação às áreas de aço inferiores, verifica-se que os maiores valores estão concentrados nas regiões centrais das lajes, onde predominam os momentos fletores positivos. Também é possível observar uma distribuição dos esforços em formato semelhante a um “X” nos painéis, indicando as regiões onde o software identificou maior necessidade de armadura. Além disso, as lajes com maiores dimensões apresentaram maiores áreas de aço, devido à maior influência dos carregamentos e dos esforços solicitantes.

Antes da realização das análises apresentadas neste estudo, foi efetuado um modelo de verificação com base em um exemplo prático disponível em vídeo técnico, com o objetivo de validar os procedimentos de modelagem e dimensionamento adotados no SAP2000®.

Os resultados obtidos para os esforços solicitantes e deslocamentos apresentaram concordância com os valores de referência utilizados na validação, indicando que a geometria, os carregamentos, as propriedades dos materiais e as condições de apoio foram corretamente modelados. Entretanto, verificou-se divergência nos resultados referentes às áreas de aço calculadas pelo software.

Durante a investigação dessa diferença, constatou-se que versões mais recentes do SAP2000® apresentam alterações na interface e nos procedimentos de dimensionamento de elementos de concreto armado, não sendo possível reproduzir integralmente as etapas demonstradas no material utilizado como referência. Adicionalmente, a documentação disponibilizada pela CSI não apresenta detalhamento suficiente sobre determinadas modificações implementadas nas versões mais recentes do programa.

Observou-se ainda que os resultados das áreas de aço são sensivelmente influenciados pela norma de dimensionamento adotada. Testes realizados com diferentes códigos normativos resultaram em valores distintos para as armaduras requeridas. Entre as normas avaliadas, a ACI 350-20 apresentou resultados mais próximos dos valores de referência, sendo, portanto, adotada nas análises desenvolvidas neste trabalho.

Considerando que toda a metodologia de cálculo foi previamente apresentada e que os resultados analíticos foram obtidos de forma independente, os valores de áreas de aço fornecidos pelo SAP2000® foram utilizados principalmente para fins comparativos, permitindo avaliar a influência das diferentes estratégias de modelagem estrutural adotadas neste estudo.

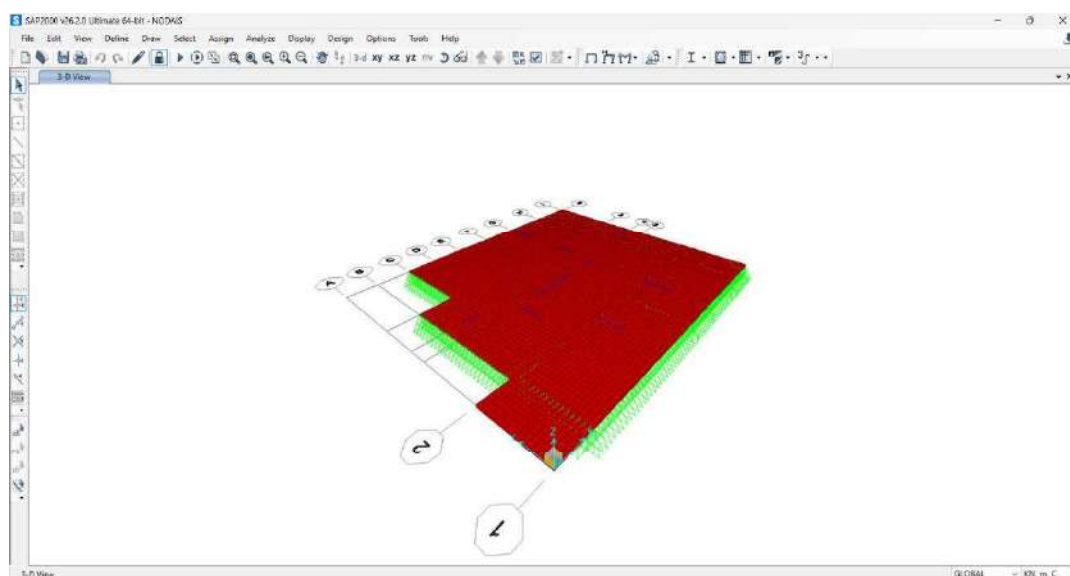
4.4.2 Modelagem com apoios nodais

Após a realização da modelagem estrutural do pavimento considerando vigas e pilares, foi desenvolvida uma nova modelagem utilizando apoios nodais nas bordas das lajes. Nesse modelo, os apoios foram inseridos diretamente nos nós da malha estrutural, com o objetivo de representar as condições de vinculação das lajes de forma mais próxima ao comportamento teórico.

Nas regiões de nós nas malhas que foram consideradas engastadas, foram adotados vínculos equivalentes a apoios de terceiro gênero, enquanto nas bordas simplesmente apoiadas utilizaram-se apoios de segundo gênero. Dessa maneira, buscou-se representar de forma simplificada o comportamento estrutural das lajes sem a influência direta das vigas.

Ressalta-se que todas as demais propriedades do modelo permaneceram inalteradas em relação à modelagem anterior, incluindo geometria da estrutura, propriedades dos materiais, espessuras das lajes e carregamentos aplicados. Assim, garantiu-se que a única variável modificada entre os modelos fosse a condição de apoio adotada. O modelo tridimensional desenvolvido com apoios nodais é apresentado na Figura 50.

Figura 50 - Modelo tridimensional da estrutura com apoios nodais



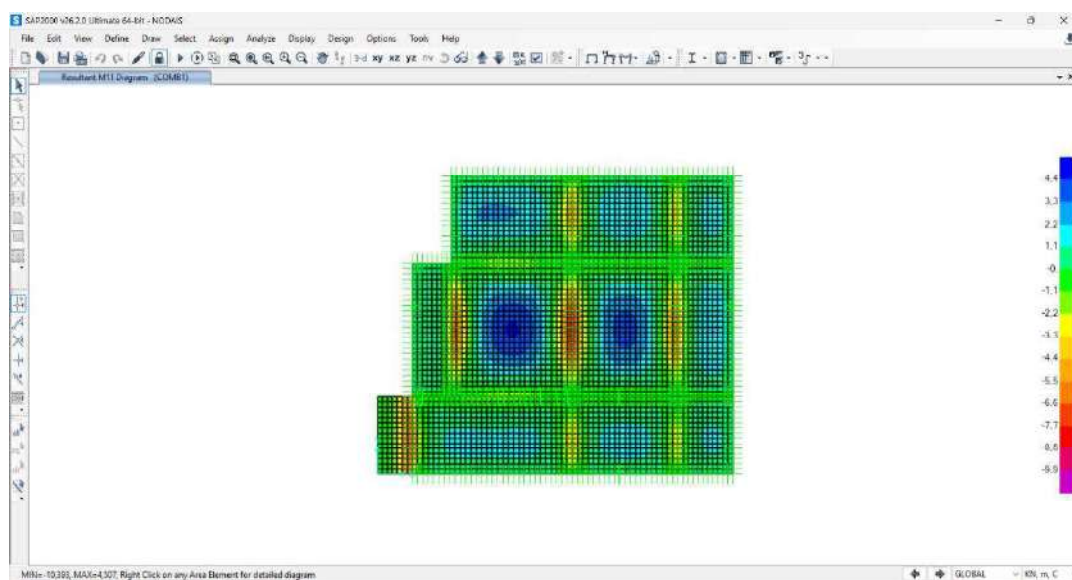
Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Após a finalização da modelagem, foi executada a análise estrutural no SAP2000 para obtenção dos esforços atuantes nas lajes.

Os momentos fletores foram avaliados por meio dos resultados dos momentos M_{11} e M_{22} , correspondentes aos momentos atuantes nos eixos locais 1 e 2 das lajes, equivalentes aos momentos M_x e M_y , respectivamente. A análise foi realizada considerando a mesma combinação de carregamentos adotada anteriormente.

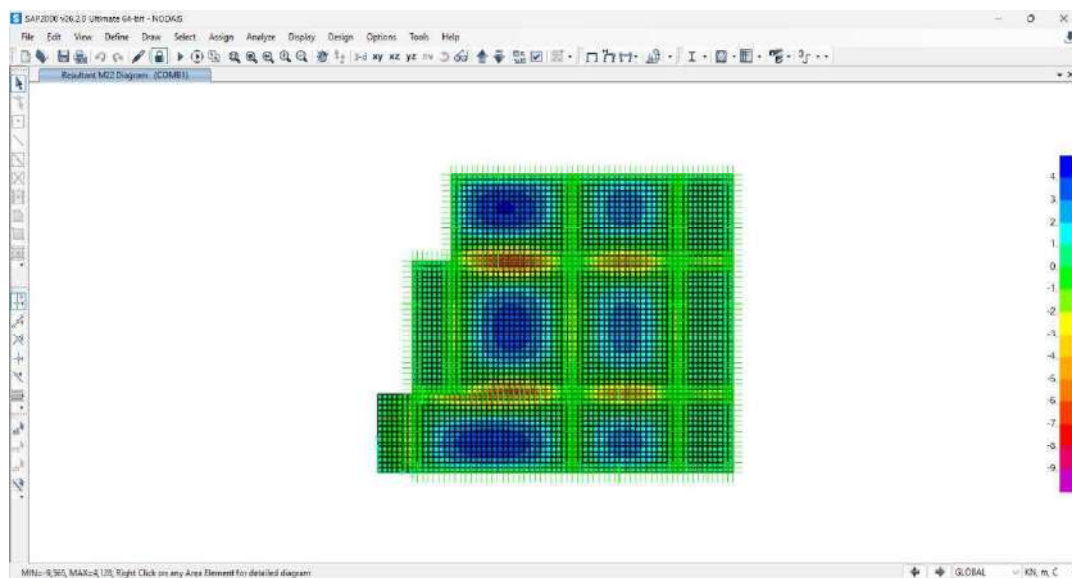
Os valores obtidos para os momentos fletores nas direções x e y estão apresentados nas Figuras 51 e 52.

Figura 51 - Distribuição dos momentos M11 (apoios nodais)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 52 - Distribuição dos momentos M22 (apoios nodais)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

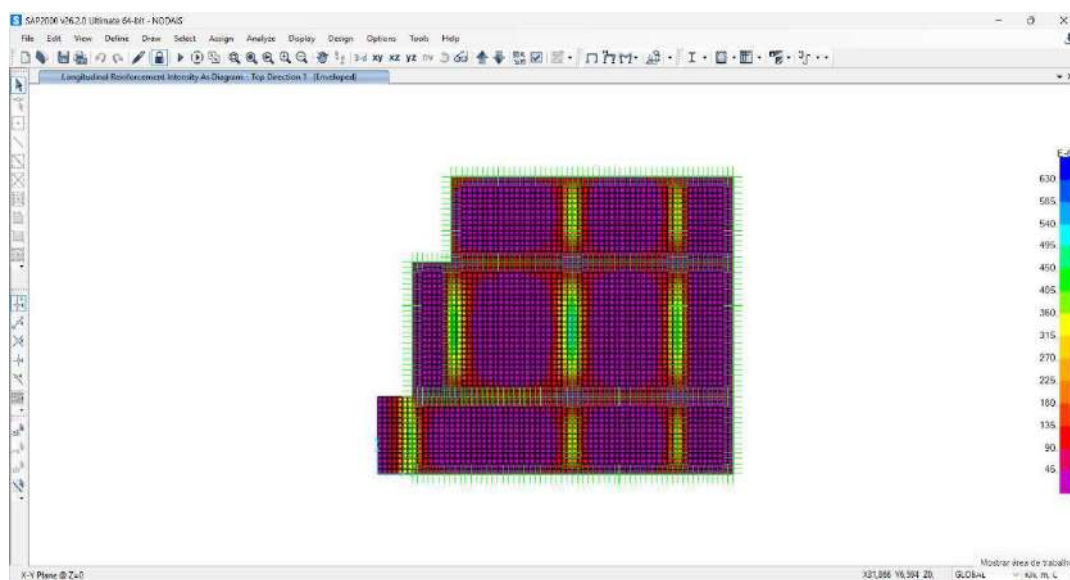
Na análise dos momentos fletores M11 e M22 para o modelo com apoios nodais, observa-se um comportamento semelhante ao modelo com vigas. Em ambas as direções, os maiores momentos positivos estão concentrados nas lajes de maiores dimensões, devido à maior área de influência dos carregamentos atuantes. Entretanto, verifica-se um aumento nos valores dos momentos fletores em comparação ao modelo com vigas.

Esse aumento está relacionado à ausência dos elementos de apoio representados pelas vigas, fazendo com que a transferência dos esforços ocorra diretamente entre os elementos de laje e os apoios nodais. Dessa forma, ocorre uma alteração na distribuição dos esforços, resultando em maiores solicitações em algumas regiões dos painéis.

Para a modelagem com apoios nodais, o procedimento de obtenção das áreas de aço foi realizado de forma análoga ao apresentado para a modelagem com vigas. Assim, as armaduras foram determinadas a partir dos esforços obtidos no SAP2000®, considerando o dimensionamento biaxial realizado pelo software.

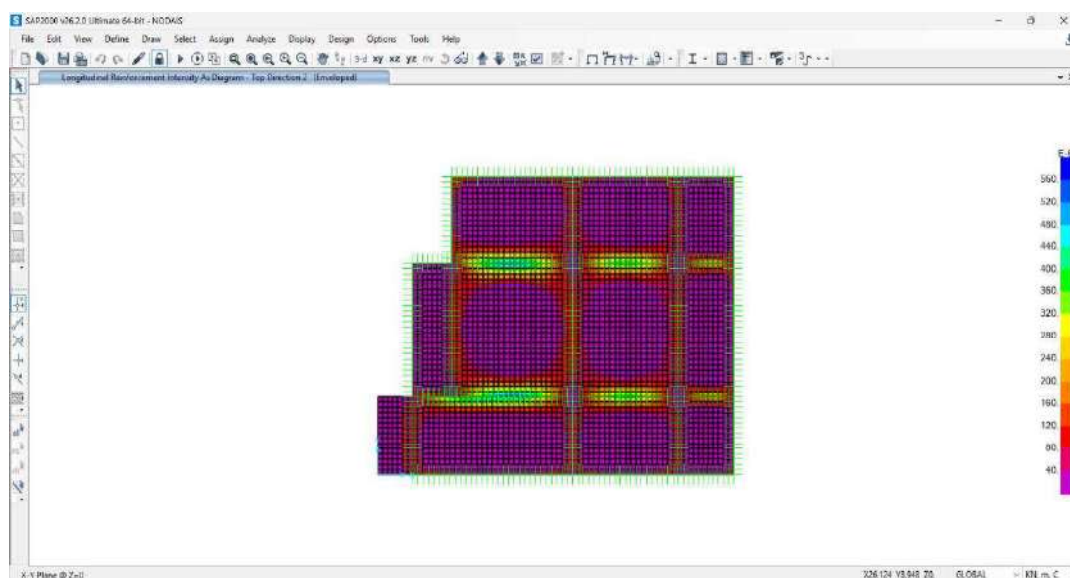
As Figuras 53 a 56 apresentam as áreas de aço superiores e inferiores nas direções x e y para a modelagem com apoios nodais. Esses resultados serão posteriormente comparados com os obtidos na modelagem com vigas, permitindo avaliar a influência das condições de apoio no dimensionamento das lajes.

Figura 53 - Área de aço superior na direção x no SAP2000® (Apoios Nodais)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

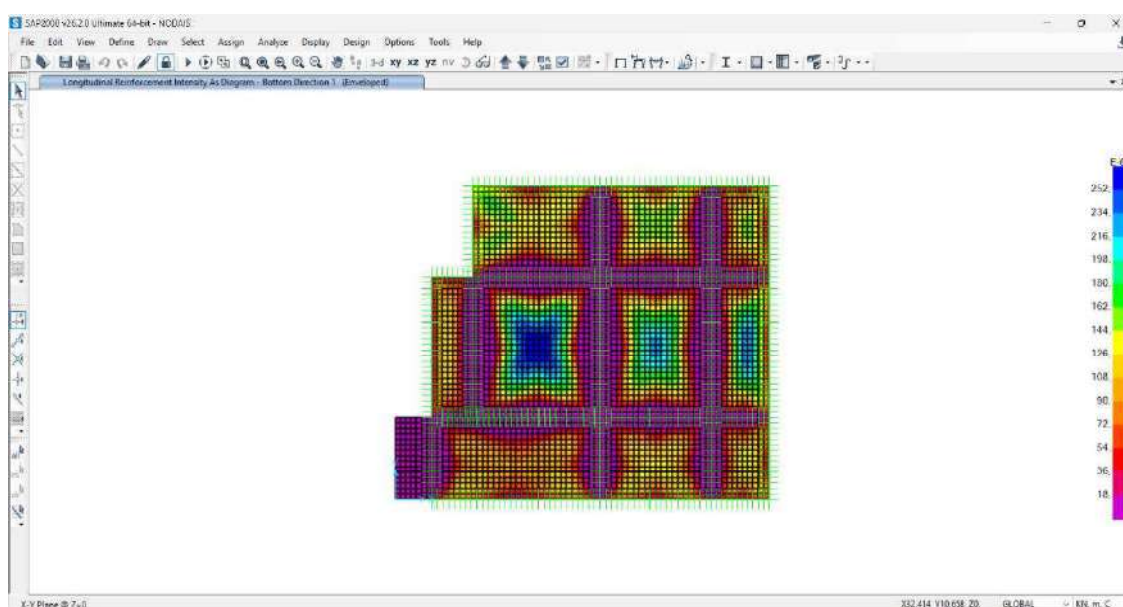
Figura 54 - Área de aço superior na direção y no SAP2000® (Apoios Nodais)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

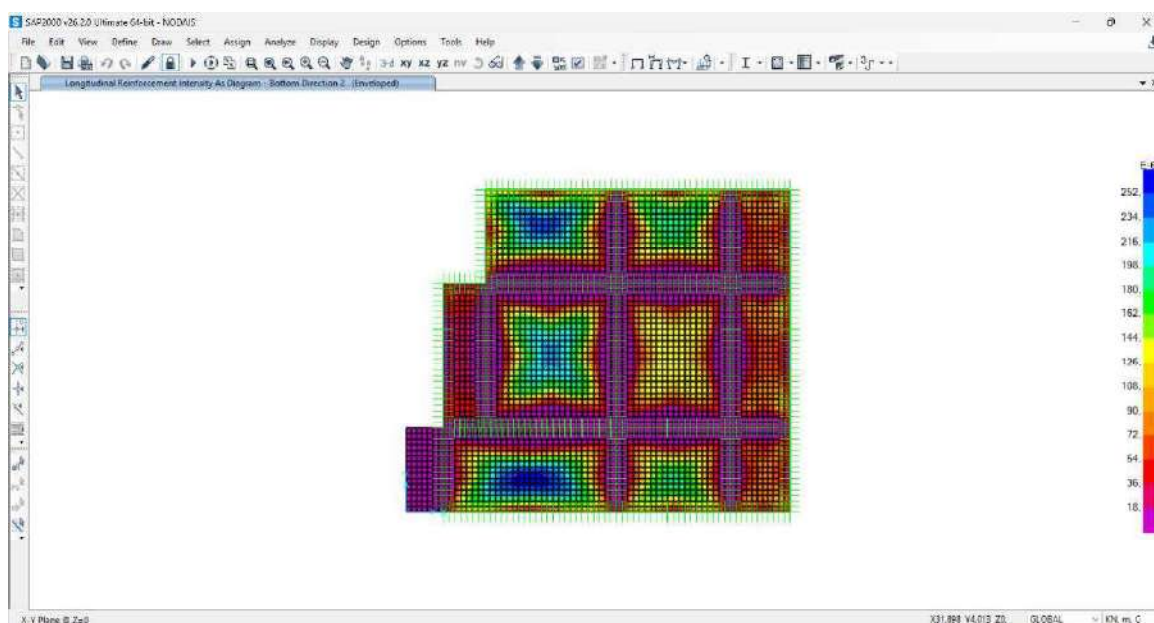
Na análise das áreas de aço superiores obtidas pelo modelo com apoios nodais, observa-se que houve um aumento nos valores quando comparado ao modelo com vigas, porém a distribuição das armaduras permanece semelhante. Os maiores valores continuam concentrados nas regiões próximas aos apoios e nas lajes de maiores dimensões, onde são observadas maiores solicitações devido à distribuição dos esforços. Também se destaca a região da laje em balanço, que apresenta maior concentração de armadura devido à sua condição estrutural.

Figura 55 - Área de aço inferior na direção x no SAP2000® (Apoios Nodais)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Figura 56 - Área de aço inferior na direção y no SAP2000® (Apoios Nodais)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Em relação às áreas de aço inferiores, verifica-se comportamento semelhante ao modelo com vigas, com concentração das maiores armaduras nas regiões centrais das lajes, associadas aos momentos fletores positivos.

Entretanto, os valores obtidos são superiores devido à alteração na distribuição dos esforços causada pela ausência das vigas. Sem a contribuição da rigidez das vigas, as lajes passam a absorver parcela maior dos esforços fletores, resultando em momentos positivos mais elevados e, conseqüentemente, em maior necessidade de armadura inferior.

Observa-se ainda que a laje de maior dimensão apresenta maior necessidade de armadura e que a Laje 9, classificada como unidirecional, também apresenta valores significativos.

4.5 Comparação entre analítico e computacional

4.5.1 Comparação dos momentos fletores

Inicialmente, são apresentados os momentos fletores positivos das lajes bidirecionais na direção x (menor direção), obtidos pelos métodos analíticos de Bares e Czerny e pelos modelos computacionais desenvolvidos no SAP2000®.

Tabela 32 - Comparação dos momentos fletores positivos M_x nas lajes bidirecionais (kN.cm/m).

LAJE	Bares (analítico)	Czerny (analítico)	Modelo 1 (Nós)	Modelo 2 (Vigas)	Δ Bares (%)	Δ Czerny (%)	Δ Modelo 1 (%)
L1	366	373	413	304	20,4	22,7	35,9
L2	269	287	258	218	23,4	31,7	18,3
L3	133	134	149	101	31,7	32,7	47,5
L5	519	543	451	501	3,6	8,4	10,0
L6	418	430	379	397	5,3	8,3	4,5
L10	265	275	249	195	35,9	41,0	27,7
L11	118	122	136	94	25,5	29,8	44,7

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

A partir dos resultados apresentados na Tabela 32, observa-se que os métodos analíticos e computacionais apresentaram diferenças nos valores obtidos, as quais são compatíveis com as distintas hipóteses de modelagem adotadas por cada abordagem. Em relação ao Modelo 2 (vigas), o método de Bares apresentou variação média de 20,8%, o método de Czerny de 24,9% e o Modelo 1 (apoios nodais) de 26,9%.

Embora algumas lajes tenham apresentado diferenças mais elevadas, essas variações eram esperadas, uma vez que os métodos de Bares e Czerny são baseados em modelos analíticos simplificados, enquanto o SAP2000® utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF), que considera de forma mais detalhada a geometria, a rigidez e a interação entre os elementos estruturais.

Além disso, os resultados de Bares e Czerny mostraram-se bastante próximos entre si, enquanto a modelagem com apoios nodais apresentou comportamento compatível com os métodos analíticos.

Em seguida, são apresentados os momentos fletores positivos das lajes bidirecionais na direção y (maior direção), obtidos pelos métodos analíticos de Bares e Czerny e pelos modelos computacionais desenvolvidos no SAP2000®.

Tabela 33 - Comparação dos momentos fletores positivos M_y nas lajes bidirecionais (kN.cm/m).

LAJE	BARES (analítico)	CZERNY (analítico)	MODELO 1 (Nós)	MODELO 2 (Vigas)	Δ Bares (%)	Δ Czerny (%)	Δ Modelo 1 (%)
L1	198	219	233	216	8,3	1,4	7,9
L2	237	248	216	175	35,4	41,7	23,4
L3	55	66	71	50	10,0	32,0	42,0
L5	424	447	373	476	10,9	6,1	21,6
L6	258	276	243	322	19,9	14,3	24,5
L10	186	198	173	134	38,8	47,8	29,1
L11	64	70	75	52	23,1	34,6	44,2

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Observa-se que os resultados apresentaram comportamento semelhante ao verificado na direção x . Em relação ao Modelo 2 (vigas), o método de Bares apresentou uma variação média de 20,9%, o método de Czerny de 25,4% e o Modelo 1 (apoios nodais) de 27,5%.

De modo geral, os resultados mostram boa concordância entre os métodos analíticos e computacionais, sendo as diferenças observadas atribuídas principalmente à influência da rigidez das vigas na redistribuição dos esforços das lajes.

Em seguida, são apresentados os momentos fletores negativos das lajes bidirecionais

Tabela 34 - Comparação dos momentos fletores negativos na direção horizontal

LAJES	BARES (analítico)	CZERNY (analítico)	MODELO 1 (Nós)	MODELO 2 (Vigas)	Δ Bares (%)	Δ Czerny (%)	Δ Modelo 1 (%)
L1 E L2	651	655	593	481	35,2	36,1	23,3
L2 E L3	515	522	410	309	66,7	68,8	32,7
L4 E L5	1003	1012	707	380	164,0	166,3	86,1
L4 E L5	1003	1012	707	380	164,0	166,3	86,1
L5 E L6	1097	1110	934	877	25,0	26,6	6,5
L6 E L7	751	764	614	463	62,2	65,0	32,6
L6 E L7	780	788	614	463	68,5	70,2	32,6
L10 E L11	442	442	359	268	65,1	65,1	34,0

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

A Tabela 34 apresenta a comparação dos momentos fletores negativos na direção horizontal obtidos pelos métodos analíticos de Bares e Czerny e pelos modelos computacionais desenvolvidos no SAP2000®. Observa-se que os métodos analíticos apresentaram valores superiores aos modelos numéricos, com uma variação média de 81,34% para Bares e 83,04% para Czerny em relação ao Modelo 2 (vigas), adotado como referência.

O Modelo 1 (apoios nodais) apresentou menor diferença média, com aproximadamente 41,72%, indicando maior proximidade com o comportamento obtido pelo modelo com vigas. Essa diferença ocorre devido às hipóteses adotadas em cada metodologia, visto que os métodos analíticos consideram condições idealizadas de apoio e distribuição dos esforços, enquanto os modelos computacionais representam a interação entre os elementos estruturais.

Verifica-se ainda que os métodos de Bares e Czerny apresentaram resultados bastante próximos entre si, evidenciando a semelhança entre os procedimentos analíticos utilizados. As maiores diferenças foram observadas nas regiões de ligação entre as lajes L4 e L5, onde os momentos negativos compatibilizados apresentaram maior magnitude em comparação aos modelos numéricos.

A Tabela 35 apresenta a comparação dos momentos fletores negativos compatibilizados na direção vertical (eixo y) obtidos pelos métodos analíticos e pelos modelos computacionais desenvolvidos no SAP2000®. Observa-se que os resultados apresentaram maior proximidade entre os modelos analisados quando comparados aos momentos negativos na direção horizontal

Tabela 35 - Comparação dos momentos fletores negativos na direção vertical

LAJES	BARES (analítico)	CZERNY (analítico)	MODELO 1 (Nós)	MODELO 2 (Vigas)	Δ Bares (%)	Δ Czerny (%)	Δ Modelo 1 (%)
L1 E L5	993	998	884	818	21,4	22,0	8,1
L5 E L9	982	983,5	953	959	2,3	2,6	0,6
L5 E L9	1132	1134	953	959	18,0	18,2	0,6
L2 E L6	743	738,5	624	573	29,6	28,9	8,9
L6 E L10	714	711	602	550	29,7	29,3	9,5

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Em relação ao Modelo 2 (vigas), adotado como referência, os métodos de Bares e Czerny apresentaram variações médias de 20,22% e 20,19%, respectivamente. Já o Modelo 1 (apoios nodais) apresentou uma diferença média de apenas 5,53%, indicando maior aproximação com o modelo computacional de referência.

Nota-se ainda que os valores obtidos pelos métodos de Bares e Czerny permaneceram próximos entre si, reforçando a consistência entre os procedimentos analíticos. As diferenças observadas estão relacionadas principalmente às hipóteses adotadas em cada método, especialmente quanto às condições de apoio e à distribuição dos esforços entre as lajes.

Para as lajes unidirecionais, a comparação dos momentos fletores foi realizada utilizando como referência a média dos valores obtidos para as regiões com e sem influência da carga de parede. Esse procedimento foi adotado devido à divisão dessas lajes em faixas com carregamentos distintos, permitindo representar de forma mais adequada o comportamento global de cada painel.

Tabela 36 - Comparação dos momentos fletores positivos Mx - lajes unidirecionais (kN.cm/m).

LAJE	ANALÍTICO (média)	NÓS	VIGAS	Δ Analítico (%)	Δ Modelo 1 (%)
L4	141	101	43	227,9	134,9
L7	291	222	147	98,0	51,0
L9	534	397	300	78,0	32,3

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Observa-se que os resultados obtidos pelos modelos computacionais apresentaram valores inferiores aos calculados analiticamente. Em relação ao modelo com vigas, as diferenças médias variaram entre 78,0% e 227,9%, enquanto para o modelo com apoios nodais as diferenças ficaram entre 32,3% e 134,9%. Nota-se ainda que o modelo com apoios nodais apresentou resultados mais próximos da solução analítica quando comparado ao modelo com vigas.

A Tabela 37 apresenta a comparação do momento fletor negativo da Laje 8, caracterizada como laje em balanço. Observa-se que os resultados obtidos pelos modelos computacionais apresentaram valores próximos ao método analítico, com variações de 9,1% para o Modelo 2 (vigas) e 9,5% para o Modelo 1 (apoios nodais). Essa pequena diferença indica uma boa concordância entre as metodologias, evidenciando que os modelos computacionais conseguiram representar adequadamente o comportamento estrutural da laje em balanço.

Tabela 37 - Comparação de momentos laje em balanço

LAJE	ANALÍTICO	NÓS	VIGAS	Δ Analítico (%)	Δ Modelo 1 (%)
L8	791	656	725	9,1	9,5

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

De maneira geral, a comparação dos momentos fletores evidenciou que os métodos analíticos de Bares e Czerny apresentaram comportamento semelhante entre si, enquanto os

modelos computacionais apresentaram variações associadas principalmente às diferentes condições de apoio e à consideração da rigidez dos elementos estruturais.

Observou-se que a direção de análise e o tipo de solicitação influenciaram a proximidade entre os resultados, sendo os momentos positivos e alguns casos de momentos negativos os que apresentaram melhor correlação.

Dessa forma, verifica-se que a escolha do modelo estrutural possui influência direta na distribuição dos esforços, reforçando a importância da avaliação conjunta entre métodos analíticos e computacionais no dimensionamento de lajes de concreto armado.

4.5.2 Comparação das áreas de aço

Após a comparação dos momentos fletores, foi realizada a análise das áreas de aço obtidas pelos métodos analíticos e computacionais. Como a armadura necessária é diretamente influenciada pelos esforços solicitantes, a comparação desses resultados permite avaliar o impacto das diferentes metodologias de análise estrutural no dimensionamento das lajes.

Inicialmente, são apresentadas as áreas de aço positivas na direção x , conforme mostrado na Tabela 38.

Tabela 38 - Comparação das áreas de aço - m_x (cm^2/m)

LAJE	Bares (analítico)	Czerny (analítico)	Modelo 1 (Nós)	Modelo 2 (Vigas)	Δ Bares (%)	Δ Czerny (%)	Δ Modelo 1 (%)
L1	1,31	1,33	2,43	1,45	9,9	8,1	67,6
L2	1,21	1,29	1,93	1,25	3,6	2,9	54,4
L3	0,80	0,80	1,5	0,84	4,8	4,8	78,6
L5	1,91	2,00	2,66	2,21	13,4	9,4	20,4
L6	1,54	1,59	2,22	1,69	8,8	6,2	31,4
L10	1,19	1,23	1,85	1,22	2,7	1,0	51,6
L11	0,80	0,80	1,38	0,8	0,0	0,0	72,5

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

A Tabela 38 apresenta a comparação das áreas de aço positivas na direção x obtidas pelos métodos analíticos e computacionais. Observa-se que os resultados de Bares e Czerny apresentaram boa aproximação com o Modelo 2 (vigas), com diferenças percentuais inferiores a 14% para todas as lajes analisadas. Por outro lado, o Modelo 1 (apoios nodais) apresentou áreas de aço significativamente superiores, com variações entre 20,4% e 78,6%.

De modo geral, os resultados indicam que os métodos analíticos forneceram valores bastante próximos à modelagem com vigas, enquanto a modelagem com apoios nodais conduziu a um dimensionamento mais conservador das armaduras devido aos maiores momentos fletores obtidos.

A Tabela 39 apresenta a comparação das áreas de aço positivas na direção y obtidas pelos métodos analíticos e computacionais. Observa-se que os resultados mantiveram comportamento semelhante ao verificado para a direção x, com boa concordância entre os métodos de Bares, Czerny e o Modelo 2 (vigas).

As diferenças percentuais dos métodos analíticos em relação ao Modelo 2 variaram entre 5,3% e 23,7%, enquanto o Modelo 1 (apoios nodais) apresentou variações entre 1,3% e 32,4%. De modo geral, os resultados indicam que as áreas de aço na direção y apresentaram menor dispersão entre os métodos quando comparadas às obtidas na direção x, evidenciando uma maior proximidade entre os modelos analisados.

Tabela 39 - Comparação das áreas de aço - m_y (cm^2/m)

LAJE	Bares (analítico)	Czerny (analítico)	Modelo 1 (Nós)	Modelo 2 (Vigas)	Δ Bares (%)	Δ Czerny (%)	Δ Modelo 1 (%)
L1	1,20	1,20	1,35	1,02	17,6	17,6	32,4
L2	1,02	1,06	1,6	1,21	15,9	12,0	32,2
L3	0,80	0,80	0,71	0,74	8,1	8,1	4,1
L5	1,56	1,65	2,21	2,05	23,7	19,6	7,8
L6	1,20	1,20	1,42	1,31	8,4	8,4	8,4
L10	1,00	1,00	1,28	1,2	16,7	16,7	6,7
L11	0,80	0,80	0,75	0,76	5,3	5,3	1,3

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

A Tabela 40 apresenta a comparação das áreas de aço negativas na direção horizontal (eixo x), obtidas a partir dos momentos fletores compatibilizados pelos métodos analíticos de Bares e Czerny e pelos modelos computacionais desenvolvidos no SAP2000®.

Observa-se que os resultados apresentaram comportamento semelhante entre as metodologias analisadas. Em relação ao Modelo 2 (vigas), adotado como referência

Tabela 40 - Comparação das áreas de aço negativas na direção horizontal

LAJES	BARES (analítico)	CZERNY (analítico)	MODELO 1 (Nós)	MODELO 2 (Vigas)	Δ Bares (%)	Δ Czerny (%)	Δ Modelo 1 (%)
L1 e L2	2,65	2,67	3,97	3,83	30,8	30,4	3,7
L2 e L3	2,60	2,64	3,51	3	13,2	12,2	17,0
L4 e L5	5,53	5,58	5,31	5,1	8,5	9,4	4,1
L4 e L5	5,53	5,58	5,31	5,1	8,5	9,4	4,1
L5 e L6	4,22	4,27	5,65	5,47	22,9	22,0	3,3
L6 e L7	3,58	3,64	4,63	4	10,6	9,0	15,8
L6 e L7	3,71	3,75	4,63	4	7,1	6,2	15,8
L10 e L11	2,24	2,24	3,09	2,75	18,7	18,7	12,4

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

A Tabela 41 apresenta a comparação das áreas de aço negativas na direção vertical, obtidas a partir dos momentos fletores compatibilizados pelos métodos analíticos de Bares e Czerny e pelos modelos computacionais desenvolvidos no SAP2000®.

Tabela 41 - Comparação das áreas de aço negativas na direção vertical

LAJE	BARES (analítico)	CZERNY (analítico)	MODELO 1 (Nós)	MODELO 2 (Vigas)	Δ Bares (%)	Δ Czerny (%)	Δ Modelo 1 (%)
L1 e L5	3,69	3,71	5,37	5,02	26,6	26,2	7,0
L5 e L9	3,95	3,96	5,78	5	21,0	20,9	15,6
L5 e L9	4,55	4,56	5,78	5	8,9	8,8	15,6
L2 e L6	3,01	2,99	4,2	3,98	24,5	24,9	5,5
L6 e L10	2,89	2,88	4	4,02	28,1	28,4	0,5

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

Observa-se que os resultados apresentaram comportamento semelhante entre as metodologias analisadas. Em relação ao Modelo 2 (vigas), adotado como referência, os métodos de Bares e Czerny apresentaram variações médias de 21,83% e 21,82%, respectivamente. Já o Modelo 1 (apoios nodais) apresentou uma diferença média de 8,84%, indicando maior proximidade com o modelo de referência.

Verifica-se ainda que os valores obtidos pelos métodos analíticos de Bares e Czerny permaneceram muito próximos entre si, demonstrando a coerência dos procedimentos utilizados. As diferenças observadas estão associadas principalmente às hipóteses de modelagem e à forma de distribuição dos esforços considerados em cada metodologia.

Tabela 42 - Comparação das áreas de aço positivas das lajes unidirecionais

LAJE	ANALÍTICO (média)	NÓS	VIGAS	Δ Analítico (%)	Δ Modelo 1 (%)
L4	1,47	1,22	0,63	133,2	93,7
L7	2,11	2,28	1,01	108,6	125,7
L9	2,51	2,61	1,86	35,0	40,3

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

A Tabela 42 apresenta a comparação das áreas de aço positivas das lajes classificadas como unidirecionais, obtidas a partir dos momentos fletores determinados pela análise analítica e pelos modelos computacionais desenvolvidos no SAP2000®. Para a obtenção dos valores analíticos, foi considerada a média entre as situações com e sem influência da carga de parede, quando aplicável.

Observa-se que os resultados apresentaram maiores diferenças quando comparados às lajes bidirecionais, principalmente devido às características específicas dessas lajes e às condições de carregamento analisadas. Em relação ao Modelo 2 (vigas), adotado como referência, as diferenças entre o método analítico e o modelo computacional variaram conforme a laje analisada.

A Tabela 43 apresenta a comparação da área de aço negativa da Laje 8, caracterizada como laje em balanço, obtida pelo método analítico e pelos modelos computacionais. Observa-se que os valores encontrados apresentaram pequena variação entre as metodologias, com diferenças de 9,1% para o Modelo 1 (apoios nodais) e 9,5% para o Modelo 2 (vigas) em relação ao resultado analítico

Tabela 43 - Comparação da área de aço na laje em balanço

LAJE	ANALÍTICO	NÓS	VIGAS	Δ Analítico (%)	Δ Modelo 1 (%)
L8	4,15	4,12	7,58	9,1	9,5

Fonte: Elaborado pelo Autor (2026).

De modo geral, a comparação das áreas de aço demonstrou que os métodos analíticos apresentaram resultados próximos entre si e comportamento semelhante aos modelos computacionais, principalmente em relação ao Modelo 2 (vigas). As diferenças observadas estão relacionadas às hipóteses adotadas em cada metodologia, principalmente quanto às condições de apoio e à distribuição dos esforços.

Para as lajes bidirecionais, houve boa concordância entre os métodos analisados, enquanto as lajes unidirecionais apresentaram maiores variações devido às suas condições específicas de carregamento e comportamento estrutural. A laje em balanço apresentou maior proximidade entre os resultados, indicando compatibilidade entre as metodologias empregadas.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, analiso o comportamento estrutural de lajes maciças de concreto armado por meio da comparação entre métodos analíticos e modelos computacionais. A partir dos resultados obtidos, verifico que os métodos de Bares e Czerny permitem determinar os esforços solicitantes e realizar o dimensionamento das armaduras de maneira eficiente, apresentando resultados próximos entre si e comportamento estrutural semelhante quando comparados aos modelos desenvolvidos no SAP2000®.

A partir do dimensionamento das lajes pelos métodos analíticos de Bares e Czerny, com a determinação dos momentos fletores e das respectivas áreas de armadura necessárias para as diferentes condições de contorno analisadas, verificou-se que ambos os procedimentos apresentaram resultados compatíveis e comportamento estrutural semelhante.

Essa proximidade entre os valores obtidos evidencia a consistência e a confiabilidade das metodologias empregadas, demonstrando que os métodos analíticos clássicos permanecem como ferramentas relevantes para a avaliação do comportamento estrutural de lajes e para a realização de pré-dimensionamentos e verificações de projeto. Dessa forma, essas metodologias continuam contribuindo de maneira significativa para a prática da engenharia estrutural, especialmente em etapas preliminares de análise e concepção de estruturas.

Complementarmente, foram desenvolvidos modelos computacionais utilizando o MEF, por meio do software SAP2000®, considerando duas condições distintas de modelagem dos apoios: apoios nodais e apoios representados por vigas.

As análises realizadas permitiram verificar que a forma de representação dos apoios exerce influência significativa na distribuição dos esforços internos, nos momentos fletores e, conseqüentemente, nas áreas de aço requeridas para o dimensionamento das lajes. Tal constatação reforça a importância da adequada definição das condições de contorno nos modelos numéricos, uma vez que simplificações excessivas podem resultar em respostas estruturais distintas daquelas observadas em situações mais próximas da realidade.

A comparação entre os resultados obtidos pelos métodos analíticos e pelos modelos computacionais demonstrou que a modelagem com vigas apresentou maior compatibilidade com os valores fornecidos pelos métodos de Bares e Czerny, enquanto a modelagem com apoios nodais resultou, em geral, em esforços e áreas de armadura mais elevados, caracterizando uma

abordagem mais conservadora. Observou-se ainda que as diferenças entre os resultados são inerentes às hipóteses adotadas por cada metodologia, não sendo esperado que os valores coincidam integralmente.

Enquanto os métodos analíticos baseiam-se em simplificações e condições ideais de contorno, o Método dos Elementos Finitos considera de forma mais detalhada a geometria, a rigidez e a interação entre os elementos estruturais, justificando as variações observadas.

Verificou-se também que a escolha da estratégia de modelagem influencia diretamente o comportamento estrutural previsto. A representação dos apoios por vigas proporcionou resultados mais próximos daqueles obtidos pelos métodos analíticos, enquanto a substituição das vigas por apoios nodais alterou a redistribuição dos esforços, resultando em valores mais elevados de momentos fletores e áreas de aço em diversas lajes. Dessa forma, evidencia-se que a definição das condições de contorno constitui um dos fatores mais relevantes para a obtenção de resultados representativos no dimensionamento de lajes de concreto armado.

Conclui-se, portanto, que a utilização integrada de métodos analíticos e computacionais constitui uma estratégia eficaz para a análise e o dimensionamento de lajes de concreto armado. Enquanto os métodos analíticos fornecem resultados consistentes, de fácil aplicação e importante embasamento teórico, os modelos numéricos permitem representar com maior detalhamento as condições estruturais e avaliar os efeitos decorrentes das diferentes hipóteses de modelagem.

Assim, o estudo reafirma a relevância do domínio tanto dos métodos tradicionais quanto das ferramentas computacionais modernas, destacando que a interpretação crítica dos resultados e o conhecimento dos fundamentos teóricos são indispensáveis para a elaboração de projetos estruturais seguros, econômicos e tecnicamente confiáveis.

REFERÊNCIAS

- APOSTILA BÁSICA DE AUTOCAD. São Carlos: PET Civil UFSCar, 2021. 44 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações, NBR 6120. ABNT, 2019, 67p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto. NBR 6118, ABNT, 2023, 260p.
- AZEVEDO, Álvaro. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS. 1. ed. Portugal: [s. n.], 2003.
- BETON-KALENDER. Tabelas de lajes de Czerny. Beton-Kalender (1976). Adaptadas pelo Prof. Antônio Rolim. [S. l.: s. n.], [s. d.].
- CHUST, Roberto *et al.* **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado:** Segundo a NBR 6118:2023. 5. ed. São Carlos: EduFSCar, 2024. 479 p.
- CLÍMACO, João. **Estruturas de concreto armado:** Fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. 2. ed. Brasília: UnB, 2008. 392 p.
- FERREIRA, Amanda *et al.* ANÁLISE COMPARATIVA DO DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS ENTRE O SOFTWARE EBERICK E O MÉTODO ANALÍTICO. **Gears N' Bricks**, [S. l.], v. 5, n. 1, p. 1-6, 2024.
- INTEGRATED Software for Structural Analysis & Design. 23. ed. [S. l.]: CSI, 2023. 395 p.
- LEONHARDT, F. *et al.* **Construções de concreto:** princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2008. 334 p. v. 1.
- NASCIMENTO, Alessandro *et al.* FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES. [S. l.: s. n.], 2003?.
- PAPPALARDO, Alfonso. **Aplicações práticas e desafios estruturais com MEF.** 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2023. 196 p.
- PINHEIRO, Libânio M. Fundamentos do concreto e projeto de edifícios. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, 2007. 380 p.
- PROGRAMA Gráfico-Interativo para Análise de Estruturas. 4.01. ed. Rio de Janeiro: [s. n.], 2024. 57 p.

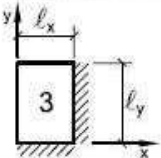
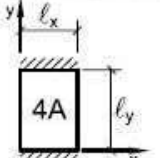
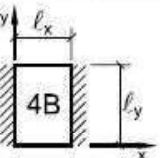
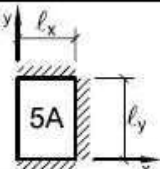
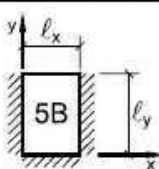
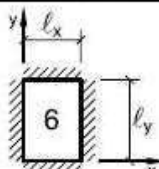
Tabela 2.3b											
MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME											
Tipo											Tipo
$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
1,00	2,69	6,99	2,69	6,99	2,01	3,09	6,99	3,09	6,99	2,01	1,00
1,05	2,94	7,43	2,68	7,18	2,32	3,23	7,43	3,22	7,20	1,92	1,05
1,10	3,19	7,87	2,67	7,36	2,63	3,36	7,87	3,35	7,41	1,83	1,10
1,15	3,42	8,28	2,65	7,50	2,93	3,46	8,26	3,46	7,56	1,73	1,15
1,20	3,65	8,69	2,62	7,63	3,22	3,56	8,65	3,57	7,70	1,63	1,20
1,25	3,86	9,03	2,56	7,72	3,63	3,64	9,03	3,66	7,82	1,56	1,25
1,30	4,06	9,37	2,50	7,81	3,99	3,72	9,33	3,74	7,93	1,49	1,30
1,35	4,24	9,65	2,45	7,88	4,34	3,77	9,69	3,80	8,02	1,41	1,35
1,40	4,42	9,93	2,39	7,94	4,69	3,82	10,00	3,86	8,11	1,33	1,40
1,45	4,58	10,17	2,32	8,00	5,03	3,86	10,25	3,91	8,13	1,26	1,45
1,50	4,73	10,41	2,25	8,06	5,37	3,90	10,49	3,96	8,15	1,19	1,50
1,55	4,86	10,62	2,16	8,09	5,70	3,90	10,70	4,00	8,20	1,14	1,55
1,60	4,99	10,82	2,07	8,12	6,03	3,89	10,91	4,04	8,25	1,08	1,60
1,65	5,10	10,99	1,99	8,14	6,35	3,85	11,08	4,07	8,28	1,03	1,65
1,70	5,21	11,16	1,91	8,15	6,67	3,81	11,24	4,10	8,30	0,98	1,70
1,75	5,31	11,30	1,85	8,16	6,97	3,79	11,39	4,12	8,31	0,95	1,75
1,80	5,40	11,43	1,78	8,17	7,27	3,76	11,53	4,14	8,32	0,91	1,80
1,85	5,48	11,55	1,72	8,17	7,55	3,72	11,65	4,15	8,33	0,87	1,85
1,90	5,56	11,67	1,66	8,18	7,82	3,67	11,77	4,16	8,33	0,83	1,90
1,95	5,63	11,78	1,63	8,19	8,09	3,60	11,83	4,16	8,33	0,80	1,95
2,00	5,70	11,89	1,60	8,20	8,35	3,52	11,88	4,17	8,33	0,76	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,60	8,20	12,50	3,52	11,88	4,17	8,33	0,76	> 2,00
Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.											
$m = \mu \frac{p l_x^2}{100}$				p = carga uniforme				l_x = menor vão			

Tabela 2.3c													
MOMENTOS FLETORES EM LAJES COM CARGA UNIFORME													
Tipo													Tipo
$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$
1,00	2,02	5,46	2,52	6,17	2,52	6,17	2,02	5,46	2,02	5,15	2,02	5,15	1,00
1,05	2,27	5,98	2,56	6,46	2,70	6,47	1,97	5,56	2,22	5,50	2,00	5,29	1,05
1,10	2,52	6,50	2,60	6,75	2,87	6,76	1,91	5,65	2,42	5,85	1,98	5,43	1,10
1,15	2,76	7,11	2,63	6,97	3,02	6,99	1,84	5,70	2,65	6,14	1,94	5,51	1,15
1,20	3,00	7,72	2,65	7,19	3,16	7,22	1,77	5,75	2,87	6,43	1,89	5,59	1,20
1,25	3,23	8,31	2,64	7,36	3,28	7,40	1,70	5,75	2,97	6,67	1,83	5,64	1,25
1,30	3,45	8,59	2,61	7,51	3,40	7,57	1,62	5,76	3,06	6,90	1,77	5,68	1,30
1,35	3,66	8,74	2,57	7,63	3,50	7,70	1,55	5,75	3,19	7,09	1,71	5,69	1,35
1,40	3,86	8,88	2,53	7,74	3,59	7,82	1,47	5,74	3,32	7,28	1,65	5,70	1,40
1,45	4,05	9,16	2,48	7,83	3,67	7,91	1,41	5,73	3,43	7,43	1,57	5,71	1,45
1,50	4,23	9,44	2,43	7,91	3,74	8,00	1,35	5,72	3,53	7,57	1,49	5,72	1,50
1,55	4,39	9,68	2,39	7,98	3,80	8,07	1,29	5,69	3,61	7,68	1,43	5,72	1,55
1,60	4,55	9,91	2,34	8,02	3,86	8,14	1,23	5,66	3,69	7,79	1,36	5,72	1,60
1,65	4,70	10,13	2,28	8,03	3,91	8,20	1,18	5,62	3,76	7,88	1,29	5,72	1,65
1,70	4,84	10,34	2,22	8,10	3,95	8,25	1,13	5,58	3,83	7,97	1,21	5,72	1,70
1,75	4,97	10,53	2,15	8,13	3,99	8,30	1,07	5,56	3,88	8,05	1,17	5,72	1,75
1,80	5,10	10,71	2,08	8,17	4,02	8,34	1,00	5,54	3,92	8,12	1,13	5,72	1,80
1,85	5,20	10,88	2,02	8,16	4,05	8,38	0,97	5,55	3,96	8,18	1,07	5,72	1,85
1,90	5,30	11,04	1,96	8,14	4,08	8,42	0,94	5,56	3,99	8,24	1,01	5,72	1,90
1,95	5,40	11,20	1,88	8,13	4,10	8,45	0,91	5,60	4,02	8,29	0,99	5,72	1,95
2,00	5,50	11,35	1,80	8,12	4,12	8,47	0,88	5,64	4,05	8,33	0,96	5,72	2,00
> 2,00	7,03	12,50	1,80	8,12	4,17	8,33	0,88	5,64	4,17	8,33	0,96	5,72	> 2,00
Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.													
$m = \mu \frac{p \ell_x^2}{100}$				p = carga uniforme				ℓ_x = menor vão					

APÊNDICE B

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com os 4 bordos livremente apoiados				TIPO	1
λ	α_x	α_y	β_x	β_y	α_2
1,00	22,70	22,70			21,40
1,01	22,32	22,66			21,00
1,02	21,94	22,62			20,60
1,03	21,56	22,58			20,20
1,04	21,18	22,54			19,80
1,05	20,80	22,50			19,40
1,06	20,50	22,46			19,08
1,07	20,20	22,42			18,76
1,08	19,90	22,38			18,44
1,09	19,60	22,34			18,12
1,10	19,30	22,30			17,80
1,11	19,06	22,30			17,54
1,12	18,82	22,30			17,28
1,13	18,58	22,30			17,02
1,14	18,34	22,30			16,76
1,15	18,10	22,30			16,50
1,16	17,86	22,30			16,28
1,17	17,62	22,30			16,06
1,18	17,38	22,30			15,84
1,19	17,14	22,30			15,62
1,20	16,90	22,30			15,40
1,21	16,70	22,32			15,18
1,22	16,50	22,34			14,96
1,23	16,30	22,36			14,74
1,24	16,10	22,38			14,52
1,25	15,90	22,40			14,30
1,26	15,76	22,46			14,16
1,27	15,62	22,52			14,02
1,28	15,48	22,58			13,88
1,29	15,34	22,64			13,74
1,30	15,20	22,70			13,60
1,31	15,04	22,74			13,46
1,32	14,88	22,78			13,32
1,33	14,72	22,82			13,18
1,34	14,56	22,86			13,04
1,35	14,40	22,90			12,90
1,36	14,28	22,94			12,78
1,37	14,16	22,98			12,66
1,38	14,04	23,02			12,54
1,39	13,92	23,06			12,42
1,40	13,80	23,10			12,30
1,41	13,68	23,14			12,18
1,42	13,56	23,18			12,06
1,43	13,44	23,22			11,94
1,44	13,32	23,26			11,82
1,45	13,20	23,30			11,70
1,46	13,10	23,34			11,60
1,47	13,00	23,38			11,50
1,48	12,90	23,42			11,40
1,49	12,80	23,46			11,30
1,50	12,70	23,50			11,20
1,51	12,62	23,50			11,12
1,52	12,54	23,50			11,04
1,53	12,46	23,50			10,96
1,54	12,38	23,50			10,88
1,55	12,30	23,50			10,80
1,56	12,22	23,50			10,72
1,57	12,14	23,50			10,64
1,58	12,06	23,50			10,56
1,59	11,98	23,50			10,48
1,60	11,90	23,50			10,40
1,61	11,82	23,50			10,34
1,62	11,74	23,50			10,28
1,63	11,66	23,50			10,22
1,64	11,58	23,50			10,16
1,65	11,50	23,50			10,10
1,66	11,44	23,50			10,04
1,67	11,38	23,50			9,98
1,68	11,32	23,50			9,92
1,69	11,26	23,50			9,86
1,70	11,20	23,50			9,80
1,71	11,12	23,50			9,74
1,72	11,04	23,50			9,68
1,73	10,96	23,50			9,62
1,74	10,88	23,50			9,56
1,75	10,80	23,50			9,50
1,76	10,78	23,50			9,46
1,77	10,76	23,50			9,42
1,78	10,74	23,50			9,38
1,79	10,72	23,50			9,34
1,80	10,70	23,50			9,30
1,81	10,64	23,50			9,26
1,82	10,58	23,50			9,22
1,83	10,52	23,50			9,18
1,84	10,46	23,50			9,14
1,85	10,40	23,50			9,10
1,86	10,36	23,50			9,06
1,87	10,32	23,50			9,02
1,88	10,28	23,50			8,98
1,89	10,24	23,50			8,94
1,90	10,20	23,50			8,90
1,91	10,18	23,50			8,86
1,92	10,16	23,50			8,82
1,93	10,14	23,50			8,78
1,94	10,12	23,50			8,74
1,95	10,10	23,50			8,70
1,96	10,06	23,50			8,68
1,97	10,02	23,50			8,66
1,98	9,98	23,50			8,64
1,99	9,94	23,50			8,62
2,00	9,90	23,50			8,60
> 2,00	8,00	23,50			6,70

TABELAS DE LAJES de Czerny

Beton-Kalender (1976)

Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com 3 bordos livremente apoiados e 1 bordo menor (lx) engastado				TIPO	2A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	32,40	26,50		11,90	
1,01	31,76	26,20		11,78	
1,02	31,12	25,90		11,66	
1,03	30,48	25,60		11,54	
1,04	29,84	25,30		11,42	
1,05	29,20	25,00		11,30	
1,06	28,58	24,88		11,22	
1,07	27,96	24,76		11,14	
1,08	27,34	24,64		11,06	
1,09	26,72	24,52		10,98	
1,10	26,10	24,40		10,90	
1,11	25,62	24,30		10,80	
1,12	25,14	24,20		10,70	
1,13	24,66	24,10		10,60	
1,14	24,18	24,00		10,50	
1,15	23,70	23,90		10,40	
1,16	23,36	23,88		10,34	
1,17	23,02	23,86		10,28	
1,18	22,68	23,84		10,22	
1,19	22,34	23,82		10,16	
1,20	22,00	23,80		10,10	
1,21	21,64	23,76		10,04	
1,22	21,28	23,72		9,98	
1,23	20,92	23,68		9,92	
1,24	20,56	23,64		9,86	
1,25	20,20	23,60		9,80	
1,26	19,96	23,62		9,70	
1,27	19,72	23,64		9,60	
1,28	19,48	23,66		9,50	
1,29	19,24	23,68		9,40	
1,30	19,00	23,70		9,30	
1,31	18,76	23,70		9,30	
1,32	18,52	23,70		9,30	
1,33	18,28	23,70		9,30	
1,34	18,04	23,70		9,30	
1,35	17,80	23,70		9,30	
1,36	17,60	23,72		9,28	
1,37	17,40	23,74		9,26	
1,38	17,20	23,76		9,24	
1,39	17,00	23,78		9,22	
1,40	16,80	23,80		9,20	
1,41	16,60	23,82		9,16	
1,42	16,40	23,84		9,12	
1,43	16,20	23,86		9,08	
1,44	16,00	23,88		9,04	
1,45	15,80	23,90		9,00	
1,46	15,66	23,92		8,98	
1,47	15,52	23,94		8,96	
1,48	15,38	23,96		8,94	
1,49	15,24	23,98		8,92	
1,50	15,10	24,00		8,90	

Laje com 3 bordos livremente apoiados e 1 bordo menor (lx) engastado				TIPO	2A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,51	14,94	24,00		8,88	
1,52	14,78	24,00		8,86	
1,53	14,62	24,00		8,84	
1,54	14,46	24,00		8,82	
1,55	14,30	24,00		8,80	
1,56	14,20	24,00		8,78	
1,57	14,10	24,00		8,76	
1,58	14,00	24,00		8,74	
1,59	13,90	24,00		8,72	
1,60	13,80	24,00		8,70	
1,61	13,68	24,00		8,68	
1,62	13,56	24,00		8,66	
1,63	13,44	24,00		8,64	
1,64	13,32	24,00		8,62	
1,65	13,20	24,00		8,60	
1,66	13,12	24,00		8,58	
1,67	13,04	24,00		8,56	
1,68	12,96	24,00		8,54	
1,69	12,88	24,00		8,52	
1,70	12,80	24,00		8,50	
1,71	12,70	24,00		8,49	
1,72	12,60	24,00		8,48	
1,73	12,50	24,00		8,47	
1,74	12,40	24,00		8,46	
1,75	12,30	24,00		8,45	
1,76	12,24	24,00		8,44	
1,77	12,18	24,00		8,43	
1,78	12,12	24,00		8,42	
1,79	12,06	24,00		8,41	
1,80	12,00	24,00		8,40	
1,81	11,90	24,00		8,39	
1,82	11,80	24,00		8,38	
1,83	11,70	24,00		8,37	
1,84	11,60	24,00		8,36	
1,85	11,50	24,00		8,35	
1,86	11,46	24,00		8,34	
1,87	11,42	24,00		8,33	
1,88	11,38	24,00		8,32	
1,89	11,34	24,00		8,31	
1,90	11,30	24,00		8,30	
1,91	11,22	24,00		8,29	
1,92	11,14	24,00		8,28	
1,93	11,06	24,00		8,27	
1,94	10,98	24,00		8,26	
1,95	10,90	24,00		8,25	
1,96	10,88	24,00		8,24	
1,97	10,86	24,00		8,23	
1,98	10,84	24,00		8,22	
1,99	10,82	24,00		8,21	
2,00	10,80	24,00		8,20	
> 2,00	8,00	24,00		8,00	

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

Laje com 3 bordos livremente apoiados e 1 bordo maior (ly) engastado				TIPO	2B
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	26,50	32,40	11,90		
1,01	26,34	32,58	11,78		
1,02	26,18	32,76	11,66		
1,03	26,02	32,94	11,54		
1,04	25,86	33,12	11,42		
1,05	25,70	33,30	11,30		
1,06	25,44	33,42	11,22		
1,07	25,18	33,54	11,14		
1,08	24,92	33,66	11,06		
1,09	24,66	33,78	10,98		
1,10	24,40	33,90	10,90		
1,11	24,18	34,02	10,82		
1,12	23,96	34,14	10,74		
1,13	23,74	34,26	10,66		
1,14	23,52	34,38	10,58		
1,15	23,30	34,50	10,50		
1,16	23,10	34,58	10,44		
1,17	22,90	34,66	10,38		
1,18	22,70	34,74	10,32		
1,19	22,50	34,82	10,26		
1,20	22,30	34,90	10,20		
1,21	22,12	34,96	10,14		
1,22	21,94	35,02	10,08		
1,23	21,76	35,08	10,02		
1,24	21,58	35,14	9,96		
1,25	21,40	35,20	9,90		
1,26	21,26	35,24	9,86		
1,27	21,12	35,28	9,82		
1,28	20,98	35,32	9,78		
1,29	20,84	35,36	9,74		
1,30	20,70	35,40	9,70		
1,31	20,58	35,88	9,64		
1,32	20,46	36,36	9,58		
1,33	20,34	36,84	9,52		
1,34	20,22	37,32	9,46		
1,35	20,10	37,80	9,40		
1,36	20,02	38,22	9,38		
1,37	19,94	38,64	9,36		
1,38	19,86	39,06	9,34		
1,39	19,78	39,48	9,32		
1,40	19,70	39,90	9,30		
1,41	19,60	40,14	9,26		
1,42	19,50	40,38	9,22		
1,43	19,40	40,62	9,18		
1,44	19,30	40,86	9,14		
1,45	19,20	41,10	9,10		
1,46	19,12	41,38	9,08		
1,47	19,04	41,66	9,06		
1,48	18,96	41,94	9,04		
1,49	18,88	42,22	9,02		
1,50	18,80	42,50	9,00		

CARGA UNIFORME

Laje com 3 bordos livremente apoiados e 1 bordo maior (ly) engastado				TIPO	2B
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,51	18,70	42,50	8,98		
1,52	18,60	42,50	8,96		
1,53	18,50	42,50	8,94		
1,54	18,40	42,50	8,92		
1,55	18,30	42,50	8,90		
1,56	18,20	42,50	8,88		
1,57	18,10	42,50	8,86		
1,58	18,00	42,50	8,84		
1,59	17,90	42,50	8,82		
1,60	17,80	42,50	8,80		
1,61	17,74	42,50	8,78		
1,62	17,68	42,50	8,76		
1,63	17,62	42,50	8,74		
1,64	17,56	42,50	8,72		
1,65	17,50	42,50	8,70		
1,66	17,44	42,50	8,68		
1,67	17,38	42,50	8,66		
1,68	17,32	42,50	8,64		
1,69	17,26	42,50	8,62		
1,70	17,20	42,50	8,60		
1,71	17,16	42,50	8,58		
1,72	17,12	42,50	8,56		
1,73	17,08	42,50	8,54		
1,74	17,04	42,50	8,52		
1,75	17,00	42,50	8,50		
1,76	16,96	42,50	8,48		
1,77	16,92	42,50	8,46		
1,78	16,88	42,50	8,44		
1,79	16,84	42,50	8,42		
1,80	16,80	42,50	8,40		
1,81	16,74	42,50	8,38		
1,82	16,68	42,50	8,36		
1,83	16,62	42,50	8,34		
1,84	16,56	42,50	8,32		
1,85	16,50	42,50	8,30		
1,86	16,48	42,50	8,30		
1,87	16,46	42,50	8,30		
1,88	16,44	42,50	8,30		
1,89	16,42	42,50	8,30		
1,90	16,40	42,50	8,30		
1,91	16,38	42,50	8,30		
1,92	16,36	42,50	8,30		
1,93	16,34	42,50	8,30		
1,94	16,32	42,50	8,30		
1,95	16,30	42,50	8,30		
1,96	16,28	42,50	8,30		
1,97	16,26	42,50	8,30		
1,98	16,24	42,50	8,30		
1,99	16,22	42,50	8,30		
2,00	16,20	42,50	8,30		
> 2,00	14,20	42,50	8,00		

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Lajes com 2 bordos adjacentes engastados e os outros 2 livremente apoiados				TIPO	3
λ	αx	αy	βx	βy	α^2
1,00	34,50	34,50	14,30	14,30	41,30
1,01	34,02	34,34	14,10	14,20	40,46
1,02	33,54	34,18	13,90	14,10	39,62
1,03	33,06	34,02	13,70	14,00	38,78
1,04	32,58	33,86	13,50	13,90	37,94
1,05	32,10	33,70	13,30	13,80	37,10
1,06	31,70	33,74	13,18	13,76	36,58
1,07	31,30	33,78	13,06	13,72	36,06
1,08	30,90	33,82	12,94	13,68	35,54
1,09	30,50	33,86	12,82	13,64	35,02
1,10	30,10	33,90	12,70	13,60	34,50
1,11	29,68	33,90	12,56	13,54	33,94
1,12	29,26	33,90	12,42	13,48	33,38
1,13	28,84	33,90	12,28	13,42	32,82
1,14	28,42	33,90	12,14	13,36	32,26
1,15	28,00	33,90	12,00	13,30	31,70
1,16	27,58	33,92	11,90	13,26	31,34
1,17	27,36	33,94	11,80	13,22	30,98
1,18	27,04	33,96	11,70	13,18	30,62
1,19	26,72	33,98	11,60	13,14	30,26
1,20	26,40	34,00	11,50	13,10	29,90
1,21	26,10	34,08	11,42	13,06	29,56
1,22	25,80	34,16	11,34	13,02	29,22
1,23	25,50	34,24	11,26	12,98	28,88
1,24	25,20	34,32	11,18	12,94	28,54
1,25	24,90	34,40	11,10	12,90	28,20
1,26	24,68	34,52	11,02	12,88	27,92
1,27	24,46	34,64	10,94	12,86	27,64
1,28	24,24	34,76	10,86	12,84	27,36
1,29	24,02	34,88	10,78	12,82	27,08
1,30	23,80	35,00	10,70	12,80	26,80
1,31	23,64	35,32	10,62	12,78	26,54
1,32	23,48	35,64	10,54	12,76	26,28
1,33	23,32	35,96	10,46	12,74	26,02
1,34	23,16	36,28	10,38	12,72	25,76
1,35	23,00	36,60	10,30	12,70	25,50
1,36	22,84	36,84	10,24	12,68	25,30
1,37	22,68	37,08	10,18	12,66	25,10
1,38	22,52	37,32	10,12	12,64	24,90
1,39	22,36	37,56	10,06	12,62	24,70
1,40	22,20	37,80	10,00	12,60	24,50
1,41	22,04	38,06	9,96	12,58	24,30
1,42	21,88	38,32	9,92	12,56	24,10
1,43	21,72	38,58	9,88	12,54	23,90
1,44	21,56	38,84	9,84	12,52	23,70
1,45	21,40	39,10	9,80	12,50	23,50
1,46	21,26	39,32	9,76	12,48	23,34
1,47	21,12	39,54	9,72	12,46	23,18
1,48	20,98	39,76	9,68	12,44	23,02
1,49	20,84	39,98	9,64	12,42	22,86
1,50	20,70	40,20	9,60	12,40	22,70

Lajes com 2 bordos adjacentes engastados e os outros 2 livremente apoiados				TIPO	3
λ	αx	αy	βx	βy	α^2
1,51	20,60	40,20	9,56	12,38	22,58
1,52	20,50	40,20	9,52	12,36	22,46
1,53	20,40	40,20	9,48	12,34	22,34
1,54	20,30	40,20	9,44	12,32	22,22
1,55	20,20	40,20	9,40	12,30	22,10
1,56	20,10	40,20	9,36	12,30	21,98
1,57	20,00	40,20	9,32	12,30	21,86
1,58	19,90	40,20	9,28	12,30	21,74
1,59	19,80	40,20	9,24	12,30	21,62
1,60	19,70	40,20	9,20	12,30	21,50
1,61	19,60	40,20	9,18	12,28	21,40
1,62	19,50	40,20	9,16	12,26	21,30
1,63	19,40	40,20	9,14	12,24	21,20
1,64	19,30	40,20	9,12	12,22	21,10
1,65	19,20	40,20	9,10	12,20	21,00
1,66	19,12	40,20	9,06	12,20	20,90
1,67	19,04	40,20	9,02	12,20	20,80
1,68	18,96	40,20	8,98	12,20	20,70
1,69	18,88	40,20	8,94	12,20	20,60
1,70	18,80	40,20	8,90	12,20	20,50
1,71	18,72	40,20	8,88	12,20	20,42
1,72	18,64	40,20	8,86	12,20	20,34
1,73	18,56	40,20	8,84	12,20	20,26
1,74	18,48	40,20	8,82	12,20	20,18
1,75	18,40	40,20	8,80	12,20	20,10
1,76	18,34	40,20	8,78	12,20	20,02
1,77	18,28	40,20	8,76	12,20	19,94
1,78	18,22	40,20	8,74	12,20	19,86
1,79	18,16	40,20	8,72	12,20	19,78
1,80	18,10	40,20	8,70	12,20	19,70
1,81	18,04	40,20	8,68	12,20	19,64
1,82	17,98	40,20	8,66	12,20	19,58
1,83	17,92	40,20	8,64	12,20	19,52
1,84	17,86	40,20	8,62	12,20	19,46
1,85	17,80	40,20	8,60	12,20	19,40
1,86	17,74	40,20	8,58	12,20	19,32
1,87	17,68	40,20	8,56	12,20	19,24
1,88	17,62	40,20	8,54	12,20	19,16
1,89	17,56	40,20	8,52	12,20	19,08
1,90	17,50	40,20	8,50	12,20	19,00
1,91	17,44	40,20	8,48	12,20	18,96
1,92	17,38	40,20	8,46	12,20	18,92
1,93	17,32	40,20	8,44	12,20	18,88
1,94	17,26	40,20	8,42	12,20	18,84
1,95	17,20	40,20	8,40	12,20	18,80
1,96	17,18	40,20	8,40	12,20	18,74
1,97	17,16	40,20	8,40	12,20	18,68
1,98	17,14	40,20	8,40	12,20	18,62
1,99	17,12	40,20	8,40	12,20	18,56
2,00	17,10	40,20	8,40	12,20	18,50
> 2,00	14,20	40,20	8,00	12,00	16,70

TABELAS DE LAJES de Czerny

Beton-Kalender (1976)

Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com 2 bordos maiores ly, livremente apoiados e 2 bordos menores lx, engastados						TIPO	4A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$		
1,00	46,10	31,60		14,30	45,30		
1,01	44,86	31,24		14,12	44,08		
1,02	43,62	30,88		13,94	42,86		
1,03	42,38	30,52		13,76	41,64		
1,04	41,14	30,16		13,58	40,42		
1,05	39,90	29,80		13,40	39,20		
1,06	39,12	29,60		13,26	38,24		
1,07	38,34	29,40		13,12	37,28		
1,08	37,56	29,20		12,98	36,32		
1,09	36,78	29,00		12,84	35,36		
1,10	36,00	28,80		12,70	34,40		
1,11	35,18	28,58		12,56	33,60		
1,12	34,36	28,36		12,42	32,80		
1,13	33,54	28,14		12,28	32,00		
1,14	32,72	27,92		12,14	31,20		
1,15	31,90	27,70		12,00	30,40		
1,16	31,32	27,54		11,90	29,76		
1,17	30,74	27,38		11,80	29,12		
1,18	30,16	27,22		11,70	28,48		
1,19	29,58	27,06		11,60	27,84		
1,20	29,00	26,90		11,50	27,20		
1,21	28,44	26,74		11,42	26,66		
1,22	27,88	26,58		11,34	26,12		
1,23	27,32	26,42		11,26	25,58		
1,24	26,76	26,26		11,18	25,04		
1,25	26,20	26,10		11,10	24,50		
1,26	25,78	26,00		11,02	24,06		
1,27	25,36	25,90		10,94	23,62		
1,28	24,94	25,80		10,86	23,18		
1,29	24,52	25,70		10,78	22,74		
1,30	24,10	25,60		10,70	22,30		
1,31	23,70	25,50		10,62	21,92		
1,32	23,30	25,40		10,54	21,54		
1,33	22,90	25,30		10,46	21,16		
1,34	22,50	25,20		10,38	20,78		
1,35	22,10	25,10		10,30	20,40		
1,36	21,80	25,04		10,24	20,08		
1,37	21,50	24,98		10,18	19,76		
1,38	21,20	24,92		10,12	19,44		
1,39	20,90	24,86		10,06	19,12		
1,40	20,60	24,80		10,00	18,80		
1,41	20,34	24,76		9,95	18,54		
1,42	20,08	24,72		9,90	18,28		
1,43	19,82	24,68		9,85	18,02		
1,44	19,56	24,64		9,80	17,76		
1,45	19,30	24,60		9,75	17,50		
1,46	19,06	24,56		9,70	17,26		
1,47	18,82	24,52		9,65	17,02		
1,48	18,58	24,48		9,60	16,78		
1,49	18,34	24,44		9,55	16,54		
1,50	18,10	24,40		9,50	16,30		
Laje com 2 bordos maiores ly, livremente apoiados e 2 bordos menores lx, engastados						TIPO	4A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$		
1,51	17,88	24,38		9,46	16,10		
1,52	17,66	24,36		9,42	15,90		
1,53	17,44	24,34		9,38	15,70		
1,54	17,22	24,32		9,34	15,50		
1,55	17,00	24,30		9,30	15,30		
1,56	16,84	24,30		9,28	15,12		
1,57	16,68	24,30		9,26	14,94		
1,58	16,52	24,30		9,24	14,76		
1,59	16,36	24,30		9,22	14,58		
1,60	16,20	24,30		9,20	14,40		
1,61	16,04	24,30		9,17	14,26		
1,62	15,88	24,30		9,14	14,12		
1,63	15,72	24,30		9,11	13,98		
1,64	15,56	24,30		9,08	13,84		
1,65	15,40	24,30		9,05	13,70		
1,66	15,26	24,30		9,02	13,56		
1,67	15,12	24,30		8,99	13,42		
1,68	14,98	24,30		8,96	13,28		
1,69	14,84	24,30		8,93	13,14		
1,70	14,70	24,30		8,90	13,00		
1,71	14,56	24,30		8,88	12,88		
1,72	14,42	24,30		8,86	12,76		
1,73	14,28	24,30		8,84	12,64		
1,74	14,14	24,30		8,82	12,52		
1,75	14,00	24,30		8,80	12,40		
1,76	13,90	24,30		8,78	12,30		
1,77	13,80	24,30		8,76	12,20		
1,78	13,70	24,30		8,74	12,10		
1,79	13,60	24,30		8,72	12,00		
1,80	13,50	24,30		8,70	11,90		
1,81	13,40	24,30		8,68	11,80		
1,82	13,30	24,30		8,66	11,70		
1,83	13,20	24,30		8,64	11,60		
1,84	13,10	24,30		8,62	11,50		
1,85	13,00	24,30		8,60	11,40		
1,86	12,92	24,30		8,58	11,32		
1,87	12,84	24,30		8,56	11,24		
1,88	12,76	24,30		8,54	11,16		
1,89	12,68	24,30		8,52	11,08		
1,90	12,60	24,30		8,50	11,00		
1,91	12,50	24,30		8,48	10,92		
1,92	12,40	24,30		8,46	10,84		
1,93	12,30	24,30		8,44	10,76		
1,94	12,20	24,30		8,42	10,68		
1,95	12,10	24,30		8,40	10,60		
1,96	12,04	24,30		8,40	10,54		
1,97	11,98	24,30		8,40	10,48		
1,98	11,92	24,30		8,40	10,42		
1,99	11,86	24,30		8,40	10,36		
2,00	11,80	24,30		8,40	10,30		
> 2,00	8,00	24,30		8,00	6,70		

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Lajes com 2 bordos maiores ly engastados e 2 bordos menores lx livremente apoiados					TIPO	4B
λ	αx	αy	βx	βy	α^2	
1,00	31,60	46,10	14,30		45,30	
1,01	31,26	46,16	14,20		44,88	
1,02	30,92	46,22	14,10		44,46	
1,03	30,58	46,28	14,00		44,04	
1,04	30,24	46,34	13,90		43,62	
1,05	29,90	46,40	13,80		43,20	
1,06	29,72	46,56	13,74		42,86	
1,07	29,54	46,72	13,68		42,52	
1,08	29,36	46,88	13,62		42,18	
1,09	29,18	47,04	13,56		41,84	
1,10	29,00	47,20	13,50		41,50	
1,11	28,80	47,30	13,44		41,22	
1,12	28,60	47,40	13,38		40,94	
1,13	28,40	47,50	13,32		40,66	
1,14	28,20	47,60	13,26		40,38	
1,15	28,00	47,70	13,20		40,10	
1,16	27,84	47,78	13,16		39,88	
1,17	27,68	47,86	13,12		39,66	
1,18	27,52	47,94	13,08		39,44	
1,19	27,36	48,02	13,04		39,22	
1,20	27,20	48,10	13,00		39,00	
1,21	27,04	48,12	12,94		38,78	
1,22	26,88	48,14	12,88		38,56	
1,23	26,72	48,16	12,82		38,34	
1,24	26,56	48,18	12,76		38,12	
1,25	26,40	48,20	12,70		37,90	
1,26	26,28	48,18	12,68		37,76	
1,27	26,16	48,16	12,66		37,62	
1,28	26,04	48,14	12,64		37,48	
1,29	25,92	48,12	12,62		37,34	
1,30	25,80	48,10	12,60		37,20	
1,31	25,70	48,06	12,56		37,06	
1,32	25,60	48,02	12,52		36,92	
1,33	25,50	47,98	12,48		36,78	
1,34	25,40	47,94	12,44		36,64	
1,35	25,30	47,90	12,40		36,50	
1,36	25,20	47,88	12,38		36,40	
1,37	25,10	47,86	12,36		36,30	
1,38	25,00	47,84	12,34		36,20	
1,39	24,90	47,82	12,32		36,10	
1,40	24,80	47,80	12,30		36,00	
1,41	24,72	47,78	12,28		35,92	
1,42	24,64	47,76	12,26		35,84	
1,43	24,56	47,74	12,24		35,76	
1,44	24,48	47,72	12,22		35,68	
1,45	24,40	47,70	12,20		35,60	
1,46	24,36	47,68	12,20		35,50	
1,47	24,32	47,66	12,20		35,40	
1,48	24,28	47,64	12,20		35,30	
1,49	24,24	47,62	12,20		35,20	
1,50	24,20	47,60	12,20		35,10	

Lajes com 2 bordos maiores ly engastados e 2 bordos menores lx livremente apoiados					TIPO	4B
λ	αx	αy	βx	βy	α^2	
1,51	24,16	47,60	12,18		35,02	
1,52	24,12	47,60	12,16		34,94	
1,53	24,08	47,60	12,14		34,86	
1,54	24,04	47,60	12,12		34,78	
1,55	24,00	47,60	12,10		34,70	
1,56	24,00	47,60	12,08		34,66	
1,57	24,00	47,60	12,06		34,62	
1,58	24,00	47,60	12,04		34,58	
1,59	24,00	47,60	12,02		34,54	
1,60	24,00	47,60	12,00		34,50	
1,61	24,00	47,60	12,00		34,44	
1,62	24,00	47,60	12,00		34,38	
1,63	24,00	47,60	12,00		34,32	
1,64	24,00	47,60	12,00		34,26	
1,65	24,00	47,60	12,00		34,20	
1,66	24,00	47,56	12,00		34,14	
1,67	24,00	47,52	12,00		34,08	
1,68	24,00	47,48	12,00		34,02	
1,69	24,00	47,44	12,00		33,96	
1,70	24,00	47,40	12,00		33,90	
1,71	24,00	47,38	12,00		33,88	
1,72	24,00	47,36	12,00		33,86	
1,73	24,00	47,34	12,00		33,84	
1,74	24,00	47,32	12,00		33,82	
1,75	24,00	47,30	12,00		33,80	
1,76	24,00	47,28	12,00		33,78	
1,77	24,00	47,26	12,00		33,76	
1,78	24,00	47,24	12,00		33,74	
1,79	24,00	47,22	12,00		33,72	
1,80	24,00	47,20	12,00		33,70	
1,81	24,00	47,18	12,00		33,68	
1,82	24,00	47,16	12,00		33,66	
1,83	24,00	47,14	12,00		33,64	
1,84	24,00	47,12	12,00		33,62	
1,85	24,00	47,10	12,00		33,60	
1,86	24,00	47,10	12,00		33,58	
1,87	24,00	47,10	12,00		33,56	
1,88	24,00	47,10	12,00		33,54	
1,89	24,00	47,10	12,00		33,52	
1,90	24,00	47,10	12,00		33,50	
1,91	24,00	47,10	12,00		33,48	
1,92	24,00	47,10	12,00		33,46	
1,93	24,00	47,10	12,00		33,44	
1,94	24,00	47,10	12,00		33,42	
1,95	24,00	47,10	12,00		33,40	
1,96	24,00	47,08	12,00		33,38	
1,97	24,00	47,06	12,00		33,36	
1,98	24,00	47,04	12,00		33,34	
1,99	24,00	47,02	12,00		33,32	
2,00	24,00	47,00	12,00		33,30	
> 2,00	24,00	47,00	12,00		32,00	

**TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim**

Lajes com 2 bordos menores lx engastados, 1 apoio maior ly engastado e outro livremente apoiado					TIPO	5A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$	
1,00	44,60	38,10	18,30	16,20	55,40	
1,01	44,02	37,94	17,96	16,04	54,14	
1,02	43,44	37,78	17,62	15,88	52,88	
1,03	42,86	37,62	17,28	15,72	51,62	
1,04	42,28	37,46	16,94	15,56	50,36	
1,05	41,70	37,30	16,60	15,40	49,10	
1,06	40,98	37,18	16,36	15,28	48,10	
1,07	40,26	37,06	16,12	15,16	47,10	
1,08	39,54	36,94	15,88	15,04	46,10	
1,09	38,82	36,82	15,64	14,92	45,10	
1,10	38,10	36,70	15,40	14,80	44,10	
1,11	37,46	36,64	15,20	14,70	43,30	
1,12	36,82	36,58	15,00	14,60	42,50	
1,13	36,18	36,52	14,80	14,50	41,70	
1,14	35,54	36,46	14,60	14,40	40,90	
1,15	34,90	36,40	14,40	14,30	40,10	
1,16	34,34	36,36	14,22	14,22	39,42	
1,17	33,78	36,32	14,04	14,14	38,74	
1,18	33,22	36,28	13,86	14,06	38,06	
1,19	32,66	36,24	13,68	13,98	37,38	
1,20	32,10	36,20	13,50	13,90	36,70	
1,21	31,64	36,18	13,34	13,82	36,12	
1,22	31,18	36,16	13,18	13,74	35,54	
1,23	30,72	36,14	13,02	13,66	34,96	
1,24	30,26	36,12	12,86	13,58	34,38	
1,25	29,80	36,10	12,70	13,50	33,80	
1,26	29,44	36,12	12,60	13,46	33,38	
1,27	29,08	36,14	12,50	13,42	32,96	
1,28	28,72	36,16	12,40	13,38	32,54	
1,29	28,36	36,18	12,30	13,34	32,12	
1,30	28,00	36,20	12,20	13,30	31,70	
1,31	27,68	36,28	12,08	13,26	31,30	
1,32	27,36	36,36	11,96	13,22	30,90	
1,33	27,04	36,44	11,84	13,18	30,50	
1,34	26,72	36,52	11,72	13,14	30,10	
1,35	26,40	36,60	11,60	13,10	29,70	
1,36	26,16	36,68	11,52	13,08	29,38	
1,37	25,92	36,76	11,44	13,06	29,06	
1,38	25,68	36,84	11,36	13,04	28,74	
1,39	25,44	36,92	11,28	13,02	28,42	
1,40	25,20	37,00	11,20	13,00	28,10	
1,41	24,96	37,10	11,14	12,96	27,80	
1,42	24,72	37,20	11,08	12,92	27,50	
1,43	24,48	37,30	11,02	12,88	27,20	
1,44	24,24	37,40	10,96	12,84	26,90	
1,45	24,00	37,50	10,90	12,80	26,60	
1,46	23,82	37,66	10,84	12,78	26,38	
1,47	23,64	37,82	10,78	12,76	26,16	
1,48	23,46	37,98	10,72	12,74	25,94	
1,49	23,28	38,14	10,66	12,72	25,72	
1,50	23,10	38,30	10,60	12,70	25,50	

CARGA UNIFORME

Lajes com 2 bordos menores lx engastados, 1 apoio maior ly engastado e outro livremente apoiado					TIPO	5A
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$	
1,51	22,94	38,50	10,54	12,68	25,30	
1,52	22,78	38,70	10,48	12,66	25,10	
1,53	22,62	38,90	10,42	12,64	24,90	
1,54	22,46	39,10	10,36	12,62	24,70	
1,55	22,30	39,30	10,30	12,60	24,50	
1,56	22,18	39,50	10,26	12,60	24,32	
1,57	22,06	39,70	10,22	12,60	24,14	
1,58	21,94	39,90	10,18	12,60	23,96	
1,59	21,82	40,10	10,14	12,60	23,78	
1,60	21,70	40,30	10,10	12,60	23,60	
1,61	21,58	40,52	10,06	12,58	23,44	
1,62	21,46	40,74	10,02	12,56	23,28	
1,63	21,34	40,96	9,98	12,54	23,12	
1,64	21,22	41,18	9,94	12,52	22,96	
1,65	21,10	41,40	9,90	12,50	22,80	
1,66	20,96	41,66	9,86	12,50	22,66	
1,67	20,82	41,92	9,82	12,50	22,52	
1,68	20,68	42,18	9,78	12,50	22,38	
1,69	20,54	42,44	9,74	12,50	22,24	
1,70	20,40	42,70	9,70	12,50	22,10	
1,71	20,32	42,92	9,66	12,48	21,98	
1,72	20,24	43,14	9,62	12,46	21,86	
1,73	20,16	43,36	9,58	12,44	21,74	
1,74	20,08	43,58	9,54	12,42	21,62	
1,75	20,00	43,80	9,50	12,40	21,50	
1,76	19,90	44,00	9,48	12,40	21,40	
1,77	19,80	44,20	9,46	12,40	21,30	
1,78	19,70	44,40	9,44	12,40	21,20	
1,79	19,60	44,60	9,42	12,40	21,10	
1,80	19,50	44,80	9,40	12,40	21,00	
1,81	19,42	45,02	9,36	12,38	20,90	
1,82	19,34	45,24	9,32	12,36	20,80	
1,83	19,26	45,46	9,28	12,34	20,70	
1,84	19,18	45,68	9,24	12,32	20,60	
1,85	19,10	45,90	9,20	12,30	20,50	
1,86	19,02	46,06	9,16	12,30	20,42	
1,87	18,94	46,22	9,12	12,30	20,34	
1,88	18,86	46,38	9,08	12,30	20,26	
1,89	18,78	46,54	9,04	12,30	20,18	
1,90	18,70	46,70	9,00	12,30	20,10	
1,91	18,64	46,90	8,98	12,30	20,02	
1,92	18,58	47,10	8,96	12,30	19,94	
1,93	18,52	47,30	8,94	12,30	19,86	
1,94	18,46	47,50	8,92	12,30	19,78	
1,95	18,40	47,70	8,90	12,30	19,70	
1,96	18,32	47,88	8,88	12,30	19,62	
1,97	18,24	48,06	8,86	12,30	19,54	
1,98	18,16	48,24	8,84	12,30	19,46	
1,99	18,08	48,42	8,82	12,30	19,38	
2,00	18,00	48,60	8,80	12,30	19,30	
> 2,00	14,20	48,60	8,00	12,00	16,70	

TABELAS DE LAJES de Czerny

Beton-Kalender (1976)

Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Lajes com 2 bordos maiores ly engastados, um lado menor lx engastado e outro livremente apoiado						TIPO	5B
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$		
1,00	38,10	44,60	16,20	18,30	55,40		
1,01	37,58	44,64	16,02	18,22	54,64		
1,02	37,06	44,68	15,84	18,14	53,88		
1,03	36,54	44,72	15,66	18,06	53,12		
1,04	36,02	44,76	15,48	17,98	52,36		
1,05	35,50	44,80	15,30	17,90	51,60		
1,06	35,14	44,98	15,20	17,86	51,02		
1,07	34,78	45,16	15,10	17,82	50,44		
1,08	34,42	45,34	15,00	17,78	49,86		
1,09	34,06	45,52	14,90	17,74	49,28		
1,10	33,70	45,70	14,80	17,70	48,70		
1,11	33,36	45,98	14,68	17,68	48,18		
1,12	33,02	46,26	14,56	17,66	47,66		
1,13	32,68	46,54	14,44	17,64	47,14		
1,14	32,34	46,82	14,32	17,62	46,62		
1,15	32,00	47,10	14,20	17,60	46,10		
1,16	31,74	47,20	14,14	17,58	45,70		
1,17	31,48	47,30	14,08	17,56	45,30		
1,18	31,22	47,40	14,02	17,54	44,90		
1,19	30,96	47,50	13,96	17,52	44,50		
1,20	30,70	47,60	13,90	17,50	44,10		
1,21	30,46	47,62	13,82	17,50	43,78		
1,22	30,22	47,64	13,74	17,50	43,46		
1,23	29,98	47,66	13,66	17,50	43,14		
1,24	29,74	47,68	13,58	17,50	42,82		
1,25	29,50	47,70	13,50	17,50	42,50		
1,26	29,28	47,70	13,44	17,50	42,24		
1,27	29,06	47,70	13,38	17,50	41,98		
1,28	28,84	47,70	13,32	17,50	41,72		
1,29	28,62	47,70	13,26	17,50	41,46		
1,30	28,40	47,70	13,20	17,50	41,20		
1,31	28,24	47,74	13,14	17,50	40,94		
1,32	28,08	47,78	13,08	17,50	40,68		
1,33	27,92	47,82	13,02	17,50	40,42		
1,34	27,76	47,86	12,96	17,50	40,16		
1,35	27,60	47,90	12,90	17,50	39,90		
1,36	27,44	47,94	12,86	17,50	39,70		
1,37	27,28	47,98	12,82	17,50	39,50		
1,38	27,12	48,02	12,78	17,50	39,30		
1,39	26,96	48,06	12,74	17,50	39,10		
1,40	26,80	48,10	12,70	17,50	38,90		
1,41	26,68	48,14	12,68	17,50	38,72		
1,42	26,56	48,18	12,66	17,50	38,54		
1,43	26,44	48,22	12,64	17,50	38,36		
1,44	26,32	48,26	12,62	17,50	38,18		
1,45	26,20	48,30	12,60	17,50	38,00		
1,46	26,10	48,38	12,58	17,50	37,84		
1,47	26,00	48,46	12,56	17,50	37,68		
1,48	25,90	48,54	12,54	17,50	37,52		
1,49	25,80	48,62	12,52	17,50	37,36		
1,50	25,70	48,70	12,50	17,50	37,20		

Lajes com 2 bordos maiores ly engastados, um lado menor lx engastado e outro livremente apoiado						TIPO	5B
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$		
1,51	25,60	48,76	12,48	17,50	37,06		
1,52	25,50	48,82	12,46	17,50	36,92		
1,53	25,40	48,88	12,44	17,50	36,78		
1,54	25,30	48,94	12,42	17,50	36,64		
1,55	25,20	49,00	12,40	17,50	36,50		
1,56	25,12	49,08	12,38	17,50	36,40		
1,57	25,04	49,16	12,36	17,50	36,30		
1,58	24,96	49,24	12,34	17,50	36,20		
1,59	24,88	49,32	12,32	17,50	36,10		
1,60	24,80	49,40	12,30	17,50	36,00		
1,61	24,74	49,48	12,28	17,50	35,88		
1,62	24,68	49,56	12,26	17,50	35,76		
1,63	24,62	49,64	12,24	17,50	35,64		
1,64	24,56	49,72	12,22	17,50	35,52		
1,65	24,50	49,80	12,20	17,50	35,40		
1,66	24,44	49,88	12,20	17,50	35,32		
1,67	24,38	49,96	12,20	17,50	35,24		
1,68	24,32	50,04	12,20	17,50	35,16		
1,69	24,26	50,12	12,20	17,50	35,08		
1,70	24,20	50,20	12,20	17,50	35,00		
1,71	24,16	50,30	12,18	17,50	34,92		
1,72	24,12	50,40	12,16	17,50	34,84		
1,73	24,08	50,50	12,14	17,50	34,76		
1,74	24,04	50,60	12,12	17,50	34,68		
1,75	24,00	50,70	12,10	17,50	34,60		
1,76	24,00	50,82	12,10	17,50	34,56		
1,77	24,00	50,94	12,10	17,50	34,52		
1,78	24,00	51,06	12,10	17,50	34,48		
1,79	24,00	51,18	12,10	17,50	34,44		
1,80	24,00	51,30	12,10	17,50	34,40		
1,81	24,00	51,44	12,08	17,50	34,36		
1,82	24,00	51,58	12,06	17,50	34,32		
1,83	24,00	51,72	12,04	17,50	34,28		
1,84	24,00	51,86	12,02	17,50	34,24		
1,85	24,00	52,00	12,00	17,50	34,20		
1,86	24,00	52,12	12,00	17,50	34,14		
1,87	24,00	52,24	12,00	17,50	34,08		
1,88	24,00	52,36	12,00	17,50	34,02		
1,89	24,00	52,48	12,00	17,50	33,96		
1,90	24,00	52,60	12,00	17,50	33,90		
1,91	24,00	52,76	12,00	17,50	33,88		
1,92	24,00	52,92	12,00	17,50	33,86		
1,93	24,00	53,08	12,00	17,50	33,84		
1,94	24,00	53,24	12,00	17,50	33,82		
1,95	24,00	53,40	12,00	17,50	33,80		
1,96	24,00	53,54	12,00	17,50	33,78		
1,97	24,00	53,68	12,00	17,50	33,76		
1,98	24,00	53,82	12,00	17,50	33,74		
1,99	24,00	53,96	12,00	17,50	33,72		
2,00	24,00	54,10	12,00	17,50	33,70		
> 2,00	24,00	54,00	12,00	17,50	32,00		

TABELAS DE LAJES de Czerny
Beton-Kalender (1976)
 Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim

CARGA UNIFORME

Laje com os 4 bordos engastados						Laje com os 4 bordos engastados					
TIPO 6						TIPO 6					
λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$	λ	αx	αy	βx	βy	$\alpha 2$
1,00	47,30	47,30	19,40	19,40	68,50	1,51	27,68	57,36	13,16	17,50	39,28
1,01	46,46	47,30	19,16	19,28	67,28	1,52	27,56	57,42	13,12	17,50	39,06
1,02	45,62	47,30	18,92	19,16	66,06	1,53	27,44	57,48	13,08	17,50	38,84
1,03	44,78	47,30	18,68	19,04	64,84	1,54	27,32	57,54	13,04	17,50	38,62
1,04	43,94	47,30	18,44	18,92	63,62	1,55	27,20	57,60	13,00	17,50	38,40
1,05	43,10	47,30	18,20	18,80	62,40	1,56	27,08	57,64	12,96	17,50	38,24
1,06	42,48	47,40	17,98	18,72	61,44	1,57	26,96	57,68	12,92	17,50	38,08
1,07	41,86	47,50	17,76	18,64	60,48	1,58	26,84	57,72	12,88	17,50	37,92
1,08	41,24	47,60	17,54	18,56	59,52	1,59	26,72	57,76	12,84	17,50	37,76
1,09	40,62	47,70	17,32	18,48	58,56	1,60	26,60	57,80	12,80	17,50	37,60
1,10	40,00	47,80	17,10	18,40	57,60	1,61	26,50	57,82	12,78	17,50	37,46
1,11	39,46	47,90	16,94	18,34	56,76	1,62	26,40	57,84	12,76	17,50	37,32
1,12	38,92	48,00	16,78	18,28	55,92	1,63	26,30	57,86	12,74	17,50	37,18
1,13	38,38	48,10	16,62	18,22	55,08	1,64	26,20	57,88	12,72	17,50	37,04
1,14	37,84	48,20	16,46	18,16	54,24	1,65	26,10	57,90	12,70	17,50	36,90
1,15	37,30	48,30	16,30	18,10	53,40	1,66	25,98	57,88	12,66	17,50	36,78
1,16	36,88	48,50	16,14	18,06	52,78	1,67	25,86	57,86	12,62	17,50	36,66
1,17	36,46	48,70	15,98	18,02	52,16	1,68	25,74	57,84	12,58	17,50	36,54
1,18	36,04	48,90	15,82	17,98	51,54	1,69	25,62	57,82	12,54	17,50	36,42
1,19	35,62	49,10	15,66	17,94	50,92	1,70	25,50	57,80	12,50	17,50	36,30
1,20	35,20	49,30	15,50	17,90	50,30	1,71	25,42	57,78	12,48	17,50	36,20
1,21	34,84	49,54	15,38	17,86	49,76	1,72	25,34	57,76	12,46	17,50	36,10
1,22	34,48	49,78	15,26	17,82	49,22	1,73	25,26	57,74	12,44	17,50	36,00
1,23	34,12	50,02	15,14	17,78	48,68	1,74	25,18	57,72	12,42	17,50	35,90
1,24	33,76	50,26	15,02	17,74	48,14	1,75	25,10	57,70	12,40	17,50	35,80
1,25	33,40	50,50	14,90	17,70	47,60	1,76	25,04	57,68	12,38	17,50	35,72
1,26	33,08	50,74	14,82	17,68	47,14	1,77	24,98	57,66	12,36	17,50	35,64
1,27	32,76	50,98	14,74	17,66	46,68	1,78	24,92	57,64	12,34	17,50	35,56
1,28	32,44	51,22	14,66	17,64	46,22	1,79	24,86	57,62	12,32	17,50	35,48
1,29	32,12	51,46	14,58	17,62	45,76	1,80	24,80	57,60	12,30	17,50	35,40
1,30	31,80	51,70	14,50	17,60	45,30	1,81	24,74	57,58	12,28	17,50	35,34
1,31	31,58	52,02	14,40	17,58	44,92	1,82	24,68	57,56	12,26	17,50	35,28
1,32	31,36	52,34	14,30	17,56	44,54	1,83	24,62	57,54	12,24	17,50	35,22
1,33	31,14	52,66	14,20	17,54	44,16	1,84	24,56	57,52	12,22	17,50	35,16
1,34	30,92	52,98	14,10	17,52	43,78	1,85	24,50	57,50	12,20	17,50	35,10
1,35	30,70	53,30	14,00	17,50	43,40	1,86	24,44	57,48	12,18	17,50	35,02
1,36	30,48	53,60	13,94	17,50	43,12	1,87	24,38	57,46	12,16	17,50	34,94
1,37	30,26	53,90	13,88	17,50	42,84	1,88	24,32	57,44	12,14	17,50	34,86
1,38	30,04	54,20	13,82	17,50	42,56	1,89	24,26	57,42	12,12	17,50	34,78
1,39	29,82	54,50	13,76	17,50	42,28	1,90	24,20	57,40	12,10	17,50	34,70
1,40	29,60	54,80	13,70	17,50	42,00	1,91	24,16	57,36	12,08	17,50	34,66
1,41	29,40	55,12	13,64	17,50	41,70	1,92	24,12	57,32	12,06	17,50	34,62
1,42	29,20	55,44	13,58	17,50	41,40	1,93	24,08	57,28	12,04	17,50	34,58
1,43	29,00	55,76	13,52	17,50	41,10	1,94	24,04	57,24	12,02	17,50	34,54
1,44	28,80	56,08	13,46	17,50	40,80	1,95	24,00	57,20	12,00	17,50	34,50
1,45	28,60	56,40	13,40	17,50	40,50	1,96	24,00	57,18	12,00	17,50	34,46
1,46	28,44	56,58	13,36	17,50	40,30	1,97	24,00	57,16	12,00	17,50	34,42
1,47	28,28	56,76	13,32	17,50	40,10	1,98	24,00	57,14	12,00	17,50	34,38
1,48	28,12	56,94	13,28	17,50	39,90	1,99	24,00	57,12	12,00	17,50	34,34
1,49	27,96	57,12	13,24	17,50	39,70	2,00	24,00	57,10	12,00	17,50	34,30
1,50	27,80	57,30	13,20	17,50	39,50	> 2,00	24,00	57,00	12,00	17,50	32,00